

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
Fakulta chemickej a potravinárskej technológie
Katedra informatizácie a riadenia procesov
Radlinského 9, 812 37 Bratislava



Ing. Ľuboš Čirka

ADAPTÍVNE LQ RIADENIE
Youlova–Kučerova parametrizácia regulátorov
a modelov procesov

Dizertačná práca

na získanie vedecko-akademickej hodnosti
philosophiae doctor

v odbore doktorandského štúdia:
28–30–9 Chemické inžinierstvo a riadenie procesov

špecializácia:
Riadenie procesov

školiteľ:
Prof. Ing. Ján Mikleš, DrSc.

Bratislava, 2003

Abstrakt

V dizertačnej práci sa zaoberáme návrhom nekonvenčného LQ adaptívneho riadenia s využitím YK (*z angl.* Youla–Kučera) parametrizácie regulátora a modelu objektu. Adaptívny systém riadenia identifikuje nemodelovanú dynamiku v objekte a nastavuje kompenzátor na základe minimalizácie špecifického nekonvenčného LQ funkcionálu. Kompenzátor je nastavovaný (ladený) pomocou prídavného kompenzátora Q k nominálnemu regulátoru s využitím LTF (*z angl.* Linear Fractional Transformation), známej ako YK parametrizácia. Podobne, rozdiel medzi dynamikou úplného objektu a jeho nominálneho modelu je vyjadrený pomocou neznámej prenosovej funkcie S s využitím YK parametrizácie aplikovaním na objekt. Pri návrhu je využitá metóda zlomkov, ktorá umožňuje matematický návrh regulačných obvodov za veľmi všeobecných podmienok. Hlavným výsledkom metódy je parametrizácia regulátorov, ktoré stabilizujú daný objekt. Parametrizácia regulátorov umožňuje systematicky vyhovieť ďalším požiadavkám na regulačný obvod. Túto vlastnosť parametrizácie využívame pri návrhu deterministického suboptimálneho regulátora. V dizertačnej práci uvádzame dva typy adaptívnych schém.

V prvej adaptívnej schéme je na získanie LQ regulátora využitá iba štandardná parametrizácia regulátora. Adaptívny algoritmus riadenia pozostáva z dvoch častí, ktoré sa vykonávajú v každom kroku. V prvej časti je identifikovaná neznáma prenosová funkcia objektu riadenia. V druhej časti sa identifikované parametre riadeného objektu využívajú na riešenie LQ úlohy, ktorej výsledkom je kompenzátor Q taký, že úplný (parametrizovaný) regulátor minimalizuje nekonvenčné kvadratické kritérium.

Druhá adaptívna schéma obsahuje okrem štandardnej parametrizácie regulátora aj duálnu parametrizáciu modelu riadeného objektu. Adaptívny algoritmus riadenia opäť pozostáva z dvoch častí. V prvej časti je identifikovaná neznáma prenosová funkcia S , ktorá predstavuje „odchýlku“ medzi riadeným objektom a nominálnym modelom riadeného objektu. Parametre prenosovej funkcie S sa v druhej časti využívajú na riešenie LQ úlohy, ktorej výsledkom je opäť kompenzátor Q taký, že úplný (parametrizovaný) regulátor minimalizuje nekonvenčné kvadratické kritérium.

Oba návrhy LQ riadenia vedú na riešenie diofantických rovníc a rovníc spektrálnej faktorizácie.

Kvadratický funkcionál je modifikovaný na základe praktických potrieb riadenia procesov, ktoré ukazujú, že nie je vždy postačujúce obmedzovať iba akčnú a výstupnú veličinu (resp. regulačnú odchýlku), ale veľmi často musíme obmedzovať aj zmeny akčnej veličiny.

Spomínané algoritmy sú testované na reálnom laboratórnom prietokovom chemickom reaktore s miešaním. Na identifikáciu parametrov prenosovej funkcie S je použitá modifikovaná metóda najmenších štvorcov (LDDIF). Vlastnosti uvedených algoritmov sú testované simulačne aj experimentálne.

Abstract

Subject of this dissertation is the design of the deterministic non-conventional LQ control involving both the controller and the plant parameterisations. The adaptive control system identifies the unmodelled dynamics in the plant and tunes the compensator in order to minimise a specified non-conventional LQ cost function. The compensator is tuned by inserting an additional adjustable compensator Q to the nominal compensator, utilising a linear fractional transformation (LFT) known as the Youla–Kučera parameterisation. Similarly, the difference between the actual plant dynamics and the nominal model is characterised by an unknown transfer function S using the Youla–Kučera parameterisation applied to the plant. The method is based on transfer functions, expressed in fractional form. All controllers that stabilise the given plant are parameterised. Additional design requirement (like optimality) is achieved by a suitable choice of the Youla–Kučera parameter. Two adaptive control (self-tuning control) schemes are presented in this dissertation.

In the first adaptive scheme LQ control design involving only the controller parameterisation is implemented. The adaptive control algorithm in this scheme is composed of two distinct parts that are executed at each time step. The first part involves identification of the unknown transfer function of the plant. The second part uses identified parameters of the plant transfer function to solve the LQ problem that will generate a compensator Q so that the overall controller minimises the specified non-conventional LQ cost function.

Second adaptive control scheme involves both the controller and plant parameterisations. The adaptive control algorithm in this scheme consists of two parts. The first part involves identification the unknown transfer function S . In the next part identified parameters of the transfer function S , which quantifies the mismatch between the actual plant and the nominal plant model are used to solve the LQ problem that will generate a compensator Q so that the overall controller minimises the specified non-conventional LQ cost function.

Both LQ control designs lead to diophantine and spectral factorisation equations

The choice of the non-conventional LQ cost follows the ideas where penalisation of the control signal derivative rather than the control signal itself is assumed. This choice of the LQ cost reflects more closely the practical needs of process control.

The above-mentioned algorithms are tested on a real laboratory continuous stirred tank reactor. A modified recursive least squares (LDDIF) algorithm is used to identify parameters of the transfer function S . Experiment and computer simulations are used to evaluate the performance of the two adaptive algorithms.

Predslov

Predkladaná dizertačná práca pozostáva z desiatich kapitol:

- Kapitola 1: **Úvod**
- Kapitola 2: **Algebraická teória riadenia**
- Kapitola 3: **Návrh riadenia**
- Kapitola 4: **Optimálne riadenie**
- Kapitola 5: **Parametrizácia**
- Kapitola 6: **Identifikácia**
- Kapitola 7: **Deterministické LQ sledovanie**
- Kapitola 8: **Experimentálny model**
- Kapitola 9: **Adaptívne riadenie CSTR**
- Kapitola 10: **Záver a perspektívy**

Materiál použitý v kapitolách 2, 3, 4 a 5 môže byť nájdený v:

Anderson, B. D. O. From Youla-Kučera to Identification, Adaptive and Nonlinear Control. *Automatica*, 34(12), 1485–1506, 1998.

Bobál, V., Böhm, J., Prokop, R. a Fessl, J. *Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů: algoritmy a implementace*. Vysoké učení technické v Brně, 1999.

Dostál, P., Mészáros, A. a Mikleš, J. A modified LQ tracking problem. *Journal of Electrical Engineering*, 45(4), 129–133, 1994.

Kučera, V. Diophantine Equations in Control - A Survey. *Automatica*, 29, 1136–1375, 1993.

Murgaš, J. Súčasný stav rozvoja algoritmov adaptívneho riadenia. *AT&P Journal Plus 1*, 4–7, 2001.

Zhou, K., Doyle, J. C. a Glover, K. *Robust and Optimal Control*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1996.

Niektoré časti kapitoly 6 boli publikované v:

Čirka, Ľ. a Fikar, M. IDTOOL - A Dynamical System Identification Toolbox for MATLAB. V *Proceedings of the 4th International Scientific - Technical Conference, Kouty nad Desnou, Czech Republic*, strana CD ROM RIP149.2. 2000.

Hansen, F. R. a Franklin, G. F. On a Fractional Representation Approach to Closed-loop Experiment Design. V *Proceedings American Control Conference'88, Atlanta, GA*, strany 1319–1320. 1988.

Kapitola 7 bola publikovaná v:

Čirka, Ľ., Mikleš, J. a Fikar, M. A Deterministic LQ Tracking Problem: Parametrisation of the Controller. *Kybernetika*, 38(4), 469–478, 2002.

Čirka, Ľ., Fikar, M. a Mikleš, J. A Deterministic LQ Tracking Problem: Parametrisation of the Controller and the Plant. *Journal of Electrical Engineering*, 53(5–6), 126–131, 2002.

Niektoré časti kapitoly 8 a 9 môžu byť nájdené v:

Mikleš J., Dzivák J., Jelenčiak F., Kožka Š., Fikar M. a Mészáros A. Polynomial Design Methods Applied to Feedback Control of a Continuous Stirred Tank Reactor V *EUROPOLY Newsletter*, (1), 8–10, 2000.

Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Fikar, M. Adaptive LQ Control of a CSTR via YK Parametrisation of the Controller and the Plant Model. V *Proceedings of the 5th International Scientific – Technical Conference, Kouty nad Desnou, Czech Republic*, CD ROM RIP115. 2002.

Čirka, Ľ., Mikleš, J., Fikar, M. a Jančich, J. Youla–Kučera Parameterisation in Adaptive LQ Control of a Laboratory Reactor. V *Zborník abstraktov z Medzinárodnej konferencie "Kybernetika a informatika", 4.–6. september, Trebišov, SR*, strany 55–56. 2002.

An interesting observation is that when one is after something really significant, one is never alone in these efforts. I am afraid the converse implication holds also: when one remains alone in one's endeavor, the result is probably of little importance...

Vladimír Kučera
Europoly Newsletter

Touto cestou ďakujem Prof. Ing. J. Miklešovi, DrSc. za odborné vedenie pri vypracovaní tejto práce. Súčasne moja vďaka patrí doc. Dr. Ing. M. Fikarovi a ďalším pracovníkom na KIRP FCHPT STU Bratislava ako aj celej mojej rodine, ktorí cennými radami, pripomienkami a svojimi postojmi prispeli k vytvoreniu priaznivých podmienok pre realizáciu predkladanej dizertačnej práce.

Bratislava, 2003
Ľuboš Čírka

Obsah

Zoznam obrázkov	xiii
Zoznam tabuliek	xv
Zoznam symbolov a skratiek	xvii
1 Úvod	1
1.1 Základné myšlienky	1
1.2 Prehľad metód	3
1.2.1 MRAC, STR alebo GSR?	3
1.2.2 Samonastavujúce sa regulátory	5
1.2.3 Ďalší vývoj adaptívnych algoritmov riadenia	7
1.3 Cieľ dizertačnej práce	8
1.4 Hlavné črty dizertačnej práce	8
2 Algebraická teória riadenia	11
2.1 Základné pojmy algebraickej teórie	11
2.2 Polynómy	12
2.3 Polynomické rovnice	13

3	Návrh riadenia	15
3.1	Uzavretý regulačný obvod	16
3.1.1	Stabilita	18
3.1.2	Asymptotické sledovanie	18
3.1.3	Odstránenie poruchy	19
3.2	Metóda umiestnenia pólov	21
4	Optimálne riadenie	23
4.1	Stavový LQ regulátor	24
4.2	Polynomický LQ regulátor	26
4.2.1	Nekonvenčné LQ sledovanie	29
5	Formy parametrizácie	31
5.1	Parametrizácia stabilizujúcich regulátorov pre stabilný systém	32
5.2	Parametrizácia stabilizujúcich regulátorov pre všeobecný systém	34
5.2.1	Stavový regulátor	35
5.2.2	YK parametrizácia regulátora	41
5.3	YK parametrizácia systému	45
5.4	YK parametrizácia regulátora a systému	45
5.5	LQG návrh a dvojitá YK parametrizácia	46
6	Identifikácia	49
6.1	Identifikácia v uzavretom obvode	49
6.1.1	Hansenova schéma identifikácie	51
6.1.2	ARX model duálneho YK parametra	53
6.2	Rekurzívna metóda najmenších štvorcov	54
6.2.1	Identifikačný toolbox IDTOOL	55

7	Návrh deterministického LQ sledovania	59
7.1	Nominálny riadiaci obvod	59
7.2	YK parametrizácia: 1. časť	61
7.2.1	Ilustračný príklad	65
7.3	YK parametrizácia: 2. časť	66
7.3.1	Ilustračný príklad	72
7.4	Záverečné poznámky	74
8	Experimentálny model	75
8.1	Konštrukcia a opis CSTR	75
8.1.1	Konštrukcia CSTR	75
8.2	Matematický model CSTR	77
8.2.1	Nelineárny matematický model	78
9	Adaptívne riadenie CSTR	81
9.1	Algoritmy adaptívneho riadenia	81
9.1.1	Nominálny riadiaci obvod	81
9.1.2	Parametrizovaný regulátor	82
9.1.3	Parametrizovaný regulátor a model CSTR	82
9.2	Simulačné výsledky	83
9.3	Experimentálne výsledky	86
10	Záver a perspektívy	95
	Publikácie autora	97
	Literatúra	103

Zoznam obrázkov

1.1	Vnútoraná štruktúra adaptívneho systému	2
1.2	Schéma adaptívneho riadenia s referenčným modelom	4
1.3	Schéma samonastavujúceho sa regulátora	5
1.4	Schéma adaptívneho riadenia s meraním informačných veličín	5
3.1	Schéma uzavretého regulačného obvodu (2DoF)	16
3.2	Schéma uzavretého regulačného obvodu (1DoF)	18
3.3	Sledovanie žiadanej hodnoty	19
3.4	Odstránenie poruchy	20
4.1	Schéma uzavretého stochastického obvodu	28
4.2	Schéma „nekonvenčného“ uzavretého obvodu	28
5.1	Uzavretý regulačný obvod	33
5.2	Q-parametrizácia regulátora	33
5.3	Všeobecná schéma riadenia	35
5.4	Všeobecná schéma riadenia subsystému $G = P_{22}$	36
5.5	Schéma stavového regulátora	37
5.6	Zjednodušená schéma parametrizovaného stavového regulátora	38
5.7	Schéma parametrizovaného stavového regulátora	39
5.8	Uzavretý regulačný obvod	41
5.9	YK parametrizácia regulátora	42
5.10	Schéma ľavého maticového zlomku parametrizovaného regulátora	44

5.11	Schéma pravého maticového zlomku parametrizovaného regulátora	44
5.12	YK parametrizácia systému	45
5.13	YK parametrizácia regulátora a systému	46
6.1	Dualná YK parametrizácia – ARMAX model	52
6.2	Identifikačný toolbox IDTOOL	55
6.3	Definovanie parametrov identifikácie	57
6.4	Diskrétny a spojité filter	57
7.1	Schéma spätnoväzbového systému	60
8.1	Schéma laboratórneho prietokového chemického reaktora	76
8.2	Prietokový chemický reaktor	77
9.1	Schéma adaptívneho riadenia CSTR	83
9.2	Schéma adaptívneho riadenia CSTR	84
9.3	Simulácia riadenia teploty klasickým regulátorom	85
9.4	Priebeh identifikácie modelu reaktora a akčnej veličiny	86
9.5	Simulácia riadenia teploty parametrizovaným regulátorom	87
9.6	Priebeh identifikácie modelu reaktora a akčnej veličiny	87
9.7	Simulácia riadenia teploty s využitím dvojitej parametrizácie	88
9.8	Priebeh identifikácie duálneho YK parametra modelu reaktora a akčnej veličiny	88
9.9	Porovnanie riadenia teploty v prípade simulácie č.1 a č.3	89
9.10	Priebeh riadenia teploty pre rôzne ψ	90
9.11	Priebeh identifikácie a akčnej veličiny pre rôzne ψ	91
9.12	Priebeh riadenia teploty laboratórneho reaktora	91
9.13	Priebeh akčnej veličiny (prietok chladiaceho média)	92
9.14	Priebeh identifikácie YK parametra modelu reaktora	92
9.15	Porovnanie priebehov riadenia teploty a akčnej veličiny	93
9.16	Porovnanie priebehov identifikácie a teploty chladiaceho média	93

Zoznam tabuliek

8.1	Parametre CSTR, veličiny na vstupe a v ustálenom stave	79
9.1	Skokové zmeny žiadanej teploty v reaktore	84
9.2	Skokové zmeny žiadanej teploty v reaktore	89

Zoznam symbolov a skratiek

Kurzívou vytlačené písmená označujú skalárne veličiny.

Príklad: čas – t , skalárna funkcia – f .

Kurzívou a tučne vytlačené malé písmená označujú slúpcové vektory. Riadkové vektory sú označené operátorom transpozície.

Príklad: \boldsymbol{x} je slúpcový vektor a \boldsymbol{x}^T je riadkový vektor.

Kurzívou a tučne vytlačené veľké písmená označujú matice (\boldsymbol{A} , \boldsymbol{B}).

Príklad: $\boldsymbol{A}(s)$ a $\boldsymbol{A}(-s)$ sú polynomicke matice.

Kvôli zjednodušeniu zápisu sú niekedy vynechané argumenty polynómov.

Príklad: polynóm $X(s)$ je označený ako X , matica $\boldsymbol{A}(s)$ je označená ako \boldsymbol{A} .

Ďalej zavádzame označenie $X^* = X(-s)$ pre polynómy a $\boldsymbol{A}^* = \boldsymbol{A}^T(-s)$ pre matice.

Symbols

s	Laplaceov operátor (operátor derivácie)
\mathcal{R}	pole reálnych čísiel
\mathcal{P}	množina polynómov
\mathcal{S}	množina stabilných polynómov
\mathcal{R}_{ps}	množina stabilných a rýdzich racionálnych prenosových funkcií
\mathcal{R}^{nm}	pole matíc s rozmerom $n \times m$, ktorých prvky sú z \mathcal{R}
$(\cdot)^T$	operátor transpozície
\square	koniec dôkazu
y	výstupná veličina

u	akčná veličina
w	žiadaná (referenčná) veličina
e	regulačná odchýlka
x, z	pomocné veličiny
\mathbf{x}	vektor stavových veličín
d	poruchové veličiny
G	prenosová funkcia nominálneho systému
$G(Q)$	prenosová funkcia parametrizovaného systému
C	prenosová funkcia nominálneho regulátora
$C(S)$	prenosová funkcia parametrizovaného regulátora
\mathbf{P}	kovariančná matica
$\hat{}$	odhadovaná hodnota
ε	predikčná chyba
\mathbf{k}	zosilnenie identifikácie
\mathbf{z}	vektor údajov
$\boldsymbol{\theta}$	vektor parametrov
λ	faktor exponenciálneho zabúdania

Symbols (CSTR)

c_A	koncentrácia H_2O_2 [mol m^{-3}]
c_{Ai}	vstupná koncentrácia H_2O_2 [mol m^{-3}]
c_B	koncentrácia $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ [mol m^{-3}]
c_{Bi}	vstupná koncentrácia $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ [mol m^{-3}]
V_r	objem reaktora [m^3]
V_c	objem chladiaceho hada [m^3]
ϑ_r	teplota reakčnej zmesi [K]
ϑ_c	teplota chladiaceho média [K]
ϑ_{ci}	vstupná teplota chladiaceho média [K]
ϑ_{out}	teplota okolia [K]
ρ_r	hustota reakčnej zmesi [kg m^{-3}]
ρ_c	hustota chladiaceho média [kg m^{-3}]
c_{pr}	špecifická tepelná kapacita reakčnej zmesi [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]
c_{pc}	špecifická tepelná kapacita chladiaceho média [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]
q_A	prietok H_2O_2 [$\text{m}^3 \text{min}^{-1}$]
q_B	prietok $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ [$\text{m}^3 \text{min}^{-1}$]
q_c	prietok chladiaceho média [$\text{m}^3 \text{min}^{-1}$]
A	teplovýmenná plocha [m^2]
α	koeficient prestupu tepla [$\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2} \text{K}^{-1}$]
$-\Delta H$	reakčná entalpia [J mol^{-1}]
k	rýchlosť chemickej reakcie [$\text{mol cm}^{-3} \text{s}^{-1}$]

E	aktivačná energia [J mol^{-1}]
R	univerzálna plynová konštanta [$\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$]
y, z	poriadky chemickej reakcie [-]
k_s	koeficient strát tepla [-]

Skratky

YK	Youlova–Kučerova parametrizácia (Youla–Kučera)
LQ	(Linear Quadratic)
LQG	(Linear Quadratic Gaussian)
SISO	system s jedným vstupom a jedným výstupom (Single-Input Single-Output)
MIMO	system s viac vstupmi a viac výstupmi (Multi-Input Multi-Output)
BIBO	(Bounded Input Bounded Output)
MNŠ	metóda najmenších štvorcov (Least Squares)
RMNŠ	rekurzívna metóda najmenších štvorcov (Recursive Least Squares)
LDDIF	rekurzívna metóda najmenších štvorcov s exponenciálnym a smerovým zabúdaním
ARX	Auto-Regressive eXogenous
ARMAX	Auto-Regressive Moving Average eXogenous
CSTR	prietokový chemický reaktor (Continuous Stirred Tank Reactor)
MM	matematický model (Mathematical Model)
PCH	prechodová charakteristika (Transfer Response)
FB	spätná väzba (Feedback)
FBFW	spätná a priama väzba (Feedback-Feedforward)
1DoF	jeden stupeň voľnosti (One Degree of Freedom)
2DoF	dva stupne voľnosti (Two Degree of Freedom)
MRAC	riadenie s referenčným modelom (Model Reference Adaptive Control)
MRAS	riadenie s referenčným modelom (Model Reference Adaptive System)
STR	samonastavujúci sa regulátor (Self-Tuning Regulator)
GSR	(Gain Scheduling Regulators)

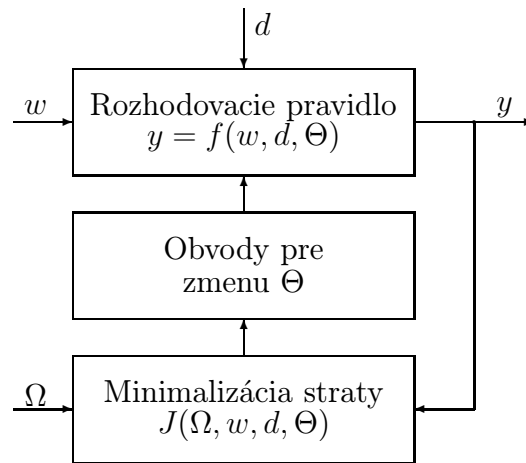
Kapitola 1

Úvod

Oblasť adaptívneho riadenia zaznamenala v predchádzajúcich rokoch významný rozvoj, a aj preto je adaptívne riadenie procesov v súčasnosti považované za klasickú oblasť teórie automatického riadenia. Adaptívne riadenie procesov je už niekoľko desaťročí rozvíjané pre oblasti riadenia spojitých technologických (najmä chemicko-technologických) procesov, v ktorých informácie o riadenom procese nie sú dostatočne známe, prípadne kde zmeny dynamiky procesu sú výrazné a konštantné nastavenie parametrov regulátorov nie je vyhovujúce v niektorých pracovných bodoch. Rozvoj adaptívnych systémov riadenia bol na začiatku motivovaný (ako v mnohých iných prípadoch) najmä vojenskou oblasťou, pri riadení automaticky navádzaných striel a autopilotov pre lietadlá a rakety. Prvé úspešné pokusy s jednoduchými adaptívnymi regulátormi implementovanými analógovou technikou zaznamenali na MIT koncom 50-tych rokov minulého storočia. Ďalšie algoritmy sa stávali zložitejšími a teoreticky náročnejšími. Mnohé z nich neboli pri vtedajšom stave výpočtovej techniky schopné práce v reálnom čase a pre analógovú techniku boli príliš zložité. Až v 80-tych rokoch minulého storočia, po štádiu určitej nedôvery, sa začala prudko rozvíjať oblasť adaptívnych riadiacich systémov. Pre rýchle procesy to bola oblasť adaptívneho riadenia s referenčným modelom, pre pomalšie zase oblasť samonastavujúcich sa regulátorov. V súčasnosti sú algoritmy adaptívneho riadenia používané prakticky v celej šírke riadenia spojitých procesov buď v podobe priebežnej adaptácie počas zapnutého automatického riadenia, alebo ako algoritmy pre začiatkové naladenie parametrov riadiaceho systému s pevnou štruktúrou a konštantnými parametrami.

1.1 Základné myšlienky

Pojem adaptácia, ktorý v živých organizmoch charakterizuje proces prispôsobenia sa, bol prenesený aj do oblasti riadiacich systémov. Adaptívne riadenie označuje triedu metód riadenia, v ktorých riadiace systémy menia spôsob riadenia technologických procesov tak,



Obr. 1.1: Vnútna štruktúra adaptívneho systému

aby výsledný priebeh riadeného procesu zodpovedal požiadavkám, a teda aby riadený systém vhodne reagoval na zmenené podmienky – prejavy prostredia. Doteraz chýba presná definícia, podľa ktorej by bolo možné rozhodnúť, či príslušný regulátor je adaptívny alebo nie. Jednou z možných definícií adaptívneho systému je (Kotek a kol., 1980):

Adaptívny systém je systém s tromi vstupmi a jedným výstupom (obr. 1.1). Na adaptívny systém pôsobí prostredie tvorené dvoma zložkami: riadiacou veličinou w a poruchou d . Riadiaca veličina je vytvorená užívateľom, zatiaľ čo porucha d je spravidla nemerateľná. Ďalej do systému prichádzajú informácie o jeho požadovanom správaní Ω , výstupom systému je správanie sa systému (rozhodovacie pravidlo)

$$y = f(w, d, \Theta), \quad (1.1)$$

ktoré priraduje každému prejavu prostredia w a d jediný výstup y . Zmena správania, t.j. zmena tejto funkčnosti, sa uskutočňuje zmenou parametrov Θ . Parameter Θ sa nahradí v každej kombinácii (w, d, Θ) takým parametrom Θ^* , aby sa minimalizovala strata funkcie J (za jednotku času alebo určitý časový úsek)

$$J(\Omega, w, d, \Theta^*) = \min(\Omega, w, d, \Theta). \quad (1.2)$$

Adaptácia je teda proces, ktorým sa hľadá Θ^* a trvá tak dlho, pokiaľ nie je nájdený tento parameter. Charakteristickým rysom adaptívneho systému je skutočnosť, že k procesu adaptácie dochádza vždy, pokiaľ dôjde k zmene prejavu prostredia w , v alebo k zmene požadovaného správania.

Adaptívne riadiace systémy sa v zásade môžu použiť na dva účely:

1. *Nepretržitá adaptácia* na zmeny dynamiky systému. Parametre regulátora sa prispôbujú parametrom riadeného systému. Parametre riadeného systému sa môžu meniť s časom (sú t -variantné) alebo sa môžu meniť vplyvom nelinearít systému pri prechode z jedného pracovného bodu do druhého pracovného bodu.
2. *Adaptácia* na určitý systém s konštantnými, ale neznámymi parametrami (automatic tuning). Adaptačný proces sa po dosiahnutí požadovaného správania natrvalo vypne.

Adaptívne riadiace systémy sú pomerne zložité, a preto pred ich nasadením na riadenie technologického procesu treba zvážiť, či neexistuje jednoduchšie vyhovujúce riešenie, ktoré by sa dalo aplikovať. V prípade, že adaptívne riadenie je nevyhnutné, analyzuje sa situácia na základe informácií z technologického procesu. Cieľom pri návrhu algoritmu adaptívneho riadenia je:

- zaručiť stabilitu adaptívneho systému;
- vyžadovať minimum *à priori* informácií;
- zabezpečiť robustnosť algoritmov voči poruchám;
- dosiahnuť vysokú rýchlosť adaptácie;
- dosiahnuť požadovanú kvalitu riadenia (napr. poloha pólov a núl uzavretého regulačného obvodu, prekmit, doba regulácie, atď.).

1.2 Prehľad metód

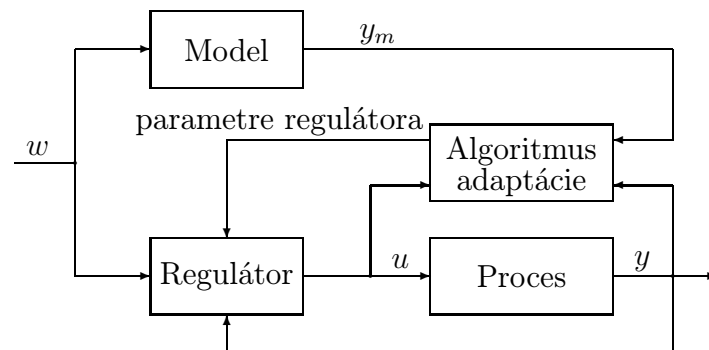
Ako sme už v úvode tejto práce spomenuli, výskum v adaptívnom riadení má dlhú históriu. Nasledujúca časť kapitoly približuje históriu a podnety pre vznik pôvodných metód adaptívneho riadenia ako aj ďalší prehľad vývoja ovplyvnený vývojom teórie riadenia.

1.2.1 MRAC, STR alebo GSR?

Vývojom štruktúr adaptívnych riadiacich systémov sa vyšpecifikovalo niekoľko tried, v rámci ktorých sa vytvorilo veľké množstvo rôznych prístupov a metód.

Jedným zo základných smerov adaptívneho riadenia je **priame adaptívne riadenie** (z *angl.* direct adaptive control), konkrétne riadenie s referenčným modelom – MRAC¹

¹niekedy aj MRAS (z *angl.* model reference adaptive system)



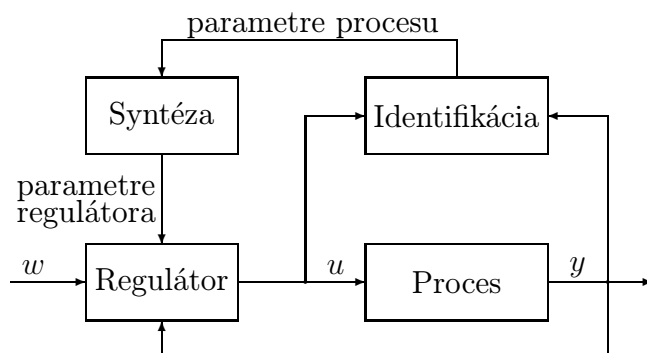
Obr. 1.2: Schéma adaptívneho riadenia s referenčným modelom

(z *angl.* model reference adaptive control), ktorého prístup pôvodne navrhli Osburn a Whitaker v roku 1958 práve pre riadenie lietadiel (Whitaker a kol., 1958). Prvé výsledky MRAC neboli veľmi úspešné z dôvodov nedostatočne vyvinutého matematického aparátu a najmä nevhodných implementácií v analógovej forme. Práce z konca 70-tych a začiatku 80-tych rokov minulého storočia odstraňujú mnohé nedostatky prvých metód. Vzhľadom na to, že sa nepodarilo žiadnu metódu dostatočne zovšeobecniť, pokračuje vývoj v tejto oblasti naďalej. Medzi najznámejšie patria práce Landau (1978), Monopoli (1974), Åström a Wittenmark (1989) a ďalšie.

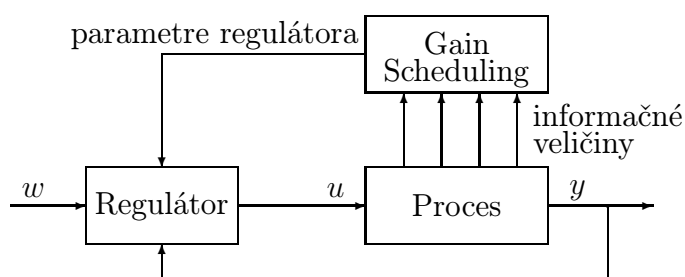
Základnou myšlienkou je vytvorenie mechanizmu adaptácie na základe informácií získaných z priebežného porovnávania zodpovedajúcich veličín z riadeného procesu a referenčného modelu. Tento princíp je znázornený na obr. 1.2.

Priebežné identifikačné metódy umožnili rozvoj ďalšieho smeru adaptívneho riadenia – samonastavujúcich sa regulátorov, ktoré boli schopné riadiť najmä systémy *à priori* neznáme, meniace sa alebo nelineárne. Základnú myšlienku samonastavujúcich sa regulátorov navrhol Kalman (1958). Prvý takýto regulátor bol uvedený v práci Peterku (Peterka, 1982b) a samotný názov **self-tuning regulator** (STR) pochádza od Åströma a Wittenmarka (Åström a Wittenmark, 1973). Vzhľadom na veľký počet metód syntézy parametrov a tiež niekoľko metód priebežnej identifikácie parametrov modelu riadeného procesu bolo možné vytvárať veľké množstvo modifikácií samonastavujúcich sa regulátorov. V prvom rade išlo o diskrétné metódy, v ktorých identifikovaný prenos riadeného objektu bol diskrétny. Až po objavení (80-te roky 20-teho storočia) spôsobu, ako priebežne odhadovať spojité prenosové funkcie objektu (Gawthrop, 1987; Wahlberg, 1988), sa začali formulovať zákony riadenia pomocou polynómov v spojitej oblasti. Bolo publikované veľké množstvo prác o samonastavujúcich sa regulátoroch (napr. Åström a Wittenmark (1989); Åström (1987); Goodwin a Sin (1984)).

Tento typ riadenia (obr. 1.3) je na rozdiel od predchádzajúceho priameho adaptačného algoritmu väčšinou založený na nepriamom adaptačnom procese (z *angl.* indirect adaptive control).



Obr. 1.3: Schéma samonastavujúceho sa regulátora



Obr. 1.4: Schéma adaptívneho riadenia s meraním informačných veličín

Ďalším prístupom v adaptívnom riadení je riadenie známe pod názvom **adaptívne riadenie s meraním informačných veličín** – **GSR** (z *angl.* gain scheduling regulators alebo gain schedulers). Tento typ riadenia je založený na prispôbovaní sa regulátora zmenám zosilnenia (gain) riadeného objektu. Na riadenom objekte je možné okrem vstupnej a výstupnej veličiny merať aj iné veličiny (informačné veličiny), ktoré sa dajú použiť na nastavenie parametrov regulátora. Štruktúra adaptívneho riadenia s meraním informačných veličín je na obr. 1.4.

Medzi základné prístupy v adaptívnom riadení môžeme zaradiť aj **heuristické prístupy**. Heuristické algoritmy využívajú minimálne množstvo *à priori* informácií o riadenom procese a sú nenáročné na potrebu zložitých matematických operácií. V technickej praxi sa aj napriek maximálnemu úsiliu výskumnej základne najviac presadzovali jednoduché algoritmy založené na heuristickom prístupe.

1.2.2 Samonastavujúce sa regulátory

Metódy vedúce k odvodeniu jednoduchých vzťahov pre výpočet nového akčného zásahu sú zväčša postavené na predpoklade, že riadený systém je lineárny alebo aspoň lineari-zovateľný. Väčšina chemickotechnologických systémov je až na malé výnimky nelineárna,

čím vzniká nutnosť získania ich opisu v tvare linearizovaného modelu, ktorý musí byť dostatočne presný v celom okolí predpokladaného pracovného režimu. Pri zmene vlastností systému (pôsobením externých porúch, starnutím katalyzátora, atď.), sa mení zároveň aj ustálený stav systému, čo má za následok aj zmenu koeficientov v linearizovanom modeli riadiaceho systému. Pre systémy vykazujúce spojité typy nelinearít je jednou z mnohých ciest ich linearizácie využitie rekurzívnych identifikačných metód. Tieto umožňujú stanoviť vlastnosti riadeného systému v tvare lineárnej diferenciálnej rovnice v každej perióde vzorkovania. Oproti iným metódam získania opisu riadeného systému majú tieto identifikačné metódy, ktorých základ tvorí metóda najmenších štvorcov a jej modifikácie, celý rad výhod:

- sú algoritmicky ľahko realizovateľné mikropočítačovou technikou,
- sú modifikovateľné aj pre mnohorozmerové systémy,
- nevyžadujú toľko *à priori* informácií o riadenom systéme ako pri zostavovaní analytického matematicko-fyzikálneho modelu,
- získaný vektor (maticu) parametrov je možné priamo využiť v syntéze riadenia, atď.

Spojenie identifikačnej metódy a algoritmu riadenia v samonastavujúcich sa regulátoroch, o ktorých sa bude hovoriť v tejto práci, je založené na vnútenej separácii identifikácie a riadenia.

Bloková schéma takéhoto typu riadenia je na obr. 1.3. Jeho základ tvoria dve slučky:

- *vnútorná*, zabezpečujúca reguláciu výstupu,
- *vonkajšia*, realizujúca identifikáciu riadeného systému a prestavovanie parametrov regulátora.

Samonastavujúci sa regulátor sa preto skladá z dvoch častí:

- *identifikačnej*, ktorá dodáva okamžitý opis riadeného systému,
- *riadiacej*, v ktorej sa splňajú ciele riadenia.

Metóda vnútenej separácie umožňuje prijať predpoklad, že riadenie v uzavretej regulačnej slučke so samonastavujúcim sa regulátorom je možné realizovať nasledovným postupom:

1. parametre modelu riadeného systému sa pre daný krok riadenia stotožnia s ich bodovými odhadmi získanými identifikačnou metódou,
2. na základe predpokladu časovej invariantnosti bodových odhadov sa navrhne celá stratégia riadenia a z tejto riadiacej postupnosti sa realizuje akčný zásah,

3. po získaní nového vzorku výstupu z riadeného systému sa na základe starých hodnôt vstupov a výstupov aktualizujú bodové odhady parametrov a celý cyklus sa opakuje.

Uvedený postup je praktickým zjednodušením úlohy stanovenia stratégie riadenia pre procesy, ktorých parametre sú získavané len v tvare priebežných odhadov zaťažených neurčitou stanovenia, závisiacou na uvedenom riadení (Peterka, 1982a). Pritom sa stretávajú dva ciele:

- stanovenie akčných zásahov tak, aby boli čo najskôr splnené ciele riadenia,
- vhodnou voľbou akčných zásahov čo najlepšie prispievať k spoznávaní riadeného procesu.

Oba ciele úzko spolu súvisia, no v konečnom dôsledku sa vylučujú. Požiadavky regulácie vyžadujú, aby sa akčné zásahy udržiavali na konštantnej hodnote (pre triedu žiadaných veličín v tvare jednotkového skoku, rampy, atď.), naproti tomu pre požiadavky identifikácie je výhodné, ak akčné zásahy dobre budia riadený systém. Teoretické riešenie, ktoré sa javí kompromisom z hľadiska splnenia oboch požiadaviek, priniesol Feldbaum (Feldbaum a Butkovskij, 1971; Feldbaum, 1965). Ním vypracované postuláty duálneho riadenia sú však natoľko zložité a náročné na strojový čas riadiaceho počítača, že boli prakticky pre väčšinu technologických systémov nerealizovateľné. Východiskom z tohoto stavu je realizácia vnútenej separácie. Táto vyžaduje, aby sa regulátor pripravil v určitom zmysle na riadený systém. Jedná sa tu predovšetkým o stanovenie vhodnej periódy vzorkovania, štruktúry prediktora, ktorý dodáva bodové odhady parametrov, koeficientu exponenciálneho zabúdania v priebežnej identifikačnej metóde, algoritmu riadenia zabezpečujúceho riešenie zvoleného kritéria riadenia, atď. Príprava regulátora na riadený systém sťažuje jeho rutinné nasadenie. Tento nedostatok je vyvážený jeho jednoduchou realizáciou číslicovou technikou a vhodnosťou nasadenia pre široké spektrum chemickotechnologických systémov.

1.2.3 Ďalší vývoj adaptívnych algoritmov riadenia

Pre algoritmy adaptívneho riadenia, ktoré v súčasnosti existujú je charakteristické:

- sú exaktne dokázané len pre lineárne modely riadených systémov,
- vždy vyžadujú určité à priori informácie o riadenom systéme,
- nemajú dostatočnú robustnosť potrebnú pre nasadzovanie v technologických procesoch bez vysokokvalifikovanej obsluhy.

Univerzálny adaptívny algoritmus v súčasnosti neexistuje, a preto sú snahy stále zdokonaľovať už navrhnuté algoritmy tak, aby bolo vyžadované čo najmenšie množstvo informácií o riadenom systéme, aby sa trieda použitia rozšírila aj na nelineárne systémy a podobne. V najnovších metódach sa využívajú fuzzy algoritmy pre adaptáciu, či neurónové siete na rekurzívnu identifikáciu. Tieto algoritmy zatiaľ nie sú dostatočne preverené, aby bolo možné povedať, že zásadným spôsobom posúvajú vývoj adaptívneho riadenia dopredu.

1.3 Cieľ dizertačnej práce

Predkladaná kandidátska dizertačná práca je venovaná problematike adaptívneho riadenia, presnejšie, samonastavujúcim sa regulátorom. Syntéza riadenia a identifikácie je založená na dvojitej parametrizácii regulátora a modelu objektu. Cieľom tejto práce je:

- ukázať doterajšie možnosti riešenia daného problému;
- navrhnúť modifikovaný deterministický LQ regulátor;
- navrhnúť adaptívny algoritmus na deterministické LQ sledovanie;
- implementovať navrhnutý algoritmus na riadenie laboratórneho prietokového chemického reaktora s miešaním.

1.4 Hlavné črty dizertačnej práce

Dizertačná práca pozostáva okrem úvodnej a záverečnej kapitoly z ďalších ôsmich kapitol, v ktorých sa postupne prechádza od teoretických základov cez návrh stratégie stabilizujúceho suboptimálneho riadenia až k samotnej praktickej implementácii výsledných adaptívnych algoritmov. Obsah týchto kapitol je možné zhrnúť nasledovne:

Kapitola 2. Algebraická teória riadenia

Kapitola je zameraná na definovanie základných pojmov z algebraickej teórie, ktoré sa budú vyskytovať v práci. Ďalej sa stručne zaoberá polynómami a riešením polynomických rovníc.

Kapitola 3. Návrh riadenia

V tejto kapitole sú zhrnuté doterajšie výsledky zo stabilizácie uzavretých regulačných obvodov, asymptotického sledovania a odstránenia poruchy s využitím algebraickej teórie riadenia. Ďalej je táto kapitola venovaná „polynomickému“ návrhu regulátora metódou umiestnenia pólov, ktorý zabezpečuje základné požiadavky kladené na uzavretý regulačný obvod.

Kapitola 4. Optimálne riadenie

Návrhu deterministického optimálneho riadenia v kvadratickom zmysle (LQ riadenie) sa venuje štvrtá kapitola. Najskôr je v krátkosti zhrnutý návrh „klasického“ stavového regulátora, ktorého riešenie vedie na Riccatiho rovnicu. Uvedený návrh je rozšírený o prípad, keď vektor stavových veličín nie je dostupný. Ďalej je tu uvedený ekvivalentný polynomický návrh, ktorý vedie na riešenie spektrálnych faktorizácií a polynomických rovníc. V závere kapitoly je uvedený návrh „nekonvenčného“ deterministického LQ sledovania.

Kapitola 5. Formy parametrizácie

Táto kapitola je exkurziou do oblasti štandardnej parametrizácie regulátorov a duálnej parametrizácie systémov (modelov objektov). Parametrizácia stabilizujúcich regulátorov je uvedená v stavovej a hlavne vo frekvenčnej (vstupno–výstupný opis) oblasti. V krátkosti je pojednané aj o duálnej a dvojitej parametrizácii. Možnosti aplikácie štandardnej, duálnej ale najmä dvojitej parametrizácie sú rozoberané v závere kapitoly. Sú tu uvedené dva základné prístupy na riešenie optimálneho riadenia s využitím dvojitej parametrizácie.

Kapitola 6. Identifikácia

V úvode tejto kapitoly je uvedený základný prehľad metód identifikácie v uzavretom regulačnom obvode založený na (duálnej) YK parametrizácii všetkých systémov. Z uvedených metód je zvolená identifikácia podľa Hansena, tzv. Hansenova schéma, ktorá je ďalej podrobne opísaná. Rekurzívna metóda najmenších štvorcov ako aj jej modifikácie sú postupne vysvetlené. V závere kapitoly je uvedený identifikačný toolbox pre Matlab a Simulink, ktorý je založený na identifikačnej metóde LDDIF s úpravou podľa Bittantiho.

Kapitola 7. Návrh deterministického LQ sledovania

Cieľom tejto kapitoly je podrobné odvodenie modifikovaného nekonvenčného deterministického LQ sledovania. Najskôr definujeme stabilný nominálny riadiaci obvod, ktorý je

vyžadovaný pri parametrizácii tak regulátora ako aj riadeného systému. V prvej časti odvodíme LQ regulátor na základe YK parametrizácie všetkých stabilizujúcich regulátorov. V druhej časti využijeme pri odvodzovaní LQ regulátora YK parametrizáciu regulátora aj riadeného systému. Na záver každého odvodu je uvedený jednoduchý názorný príklad.

Kapitola 8. Experimentálny model

Laboratórny prietokový chemický reaktor s miešaním, na ktorom sú testované algoritmy deterministického LQ sledovania, je podrobne opísaný v ôsmej kapitole. Opis a činnosť jednotlivých prvkov regulačného obvodu sú postupne vysvetlené. V závere kapitoly je odvodený nelineárny matematický model prietokového chemického reaktora s miešaním (CSTR).

Kapitola 9. Adaptívne riadenie CSTR

V nadväznosti na výsledky v predchádzajúcich kapitolách sú v tejto kapitole uvedené dva adaptívne algoritmy riadenia CSTR. Sú založené na aplikácii syntéz riadenia uvedených v 7. kapitole a identifikácie zo 6. kapitoly. V závere sú opísané jednotlivé simulácie a experimenty riadenia CSTR. Výsledky zo simulácií a experimentu sú vyjadrené aj v grafickej forme.

Kapitola 2

Algebraická teória riadenia

Algebraickú teóriu riadenia môžeme charakterizovať ako „nový“ prístup k analýze a syntéze riadenia lineárnych dynamických systémov, ktorý využíva na opis dynamických javov moderné štruktúry algebry. Do problematiky riadenia priniesla táto teória nové algoritmy a jednoduché výpočtové postupy. Prenosovú funkciu systému tu nechápeme ako funkciu komplexnej premennej, ale ako algebraický objekt. Z literatúry posledných rokov môžeme v tomto smere spomenúť práce Kučera (1979, 1993), Åström a Wittenmark (1984), Vidyasagar (1985), Middleton a Goodwin (1990), Doyle a kol. (1992). Získané výsledky poskytujú určitú unifikáciu prístupu bez ohľadu na to, či ide o opis systému v \mathcal{L} -transformácii, \mathcal{Z} -transformácii alebo delta reprezentácii. Syntéza regulátorov sa redukuje vždy na riešenie lineárnych polynomických rovníc, ktoré možno v okruhu polynómov algoritmicky riešiť prevodom na sústavu obyčajných algebraických rovníc.

2.1 Základné pojmy algebraickej teórie

Základné pojmy algebraickej teórie sú okruh a teleso.

Okruh (*z angl. ring*) je množina prvkov \mathcal{R} , ktorej prvky môžeme navzájom sčítať, odčítať a násobiť s využitím asociatívnych, komutatívnych a distributívnych zákonov.

Teleso (*z angl. field*) má definované všetky vlastnosti okruhu a navyše je tu definovaná operácia delenia.

Okruh s jednotkovým prvkom je okruh, v ktorom existuje prvok $1 \in \mathcal{R}$ taký, že $1a = a1 = a$ pre všetky $a \in \mathcal{R}$.

V okruhu s jednotkou sa prvok $a \in \mathcal{R}$ nazýva *jednotka* (*z angl. unit*), ak existuje prvok $b \in \mathcal{R}$ taký, že platí $ab = ba = 1$. Nie všetky prvky z okruhu však majú inverziu. Jednotky v okruhu sú špeciálne prvky, ktoré inverziu majú.

Pre lineárne spojité systémy je dôležité teleso racionálne lomených (prenosových) funkcií premennej s . V tomto telese je možné charakterizovať viaceré okruhy

- \mathcal{R}_∞ je okruh racionálnych funkcií, ktoré sú analytické v nekonečne (nemajú singularitu v nekonečne). Jedná sa o množinu *rýdzich* prenosov spojitéch systémov. Jednotkami v okruhu \mathcal{R}_∞ sú racionálne funkcie *relatívneho rádu nula*.
- \mathcal{R}_{ps} je okruh *rýdzich a stabilných* (Hurwitzovo stabilných) racionálnych funkcií, ktoré sú analytické v pravej časti komplexnej roviny ($\operatorname{Re} s \geq 0$) vrátane nekonečna ($\mathcal{R}_{ps} \subset \mathcal{R}_\infty$). Jednotkami v okruhu \mathcal{R}_{ps} sú racionálne funkcie *relatívneho rádu nula s minimálnou fázou*.
- \mathcal{P} je okruh racionálnych funkcií, ktoré sú analytické všade okrem nekonečna. Jedná sa o okruh *polynómov*. Jednotkami v okruhu \mathcal{P} sú iba nenulové konštanty.

Poznámka 2.1. V ďalšej časti práce budeme množinu stabilných polynómov označovať \mathcal{S} ($\mathcal{S} \subset \mathcal{P}$).

Dva prvky v okruhu \mathcal{R}_{ps} sú *nesúdeliteľné*, ak nemajú spoločné nuly, dva polynómy v okruhu \mathcal{P} sú *nesúdeliteľné*, ak nemajú spoločné korene.

Nesúdeliteľná faktorizácia je reprezentácia prenosu G v tvare

$$G = \frac{N_G}{D_G}, \quad D_G, N_G \in \mathcal{R}_{ps} \quad (2.1)$$

kde D_G, N_G sú nesúdeliteľné v \mathcal{R}_{ps} .

Test nesúdeliteľnosti: D_G, N_G sú nesúdeliteľné v \mathcal{R}_{ps} , ak existujú funkcie $D_C, N_C \in \mathcal{R}_{ps}$ také, že platí *Bezoutova identita*

$$D_G D_C + N_G N_C = 1 \quad (2.2)$$

Riešenie v \mathcal{R}_{ps} nie je jednoduché, preto sa Bezoutova identita rieši v okruhu polynómov (konvertuje sa na polynomickú rovnicu)

2.2 Polynómy

Polynóm

$$A = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0 \quad (2.3)$$

je stupňa n ak $a_n \neq 0$. *Stupeň polynómu* A budeme označovať $n = \deg A$. Ak $a_n = 1$, potom polynóm A sa nazýva *monický*.

Hovoríme, že polynóm B je *deliteľ polynómu* A alebo polynóm A je násobok B , ak existuje polynóm C taký, že

$$A = BC. \quad (2.4)$$

Túto skutočnosť budeme zapisovať $B|A$ (t.j. B delí A).

Pre každé dva polynómy A, B existuje *najväčší spoločný deliteľ* D . Najväčší spoločný deliteľ polynómov A, B budeme označovať $d(A, B)$.

2.3 Polynomické rovnice

Základným matematickým aparátom v okruhu \mathcal{P} sú lineárne polynomické (diofantické) rovnice typu:

$$AX + BY = M, \quad (2.5)$$

ktorých riešenie existuje práve vtedy, ak najväčší spoločný deliteľ A, B delí M (uvedenú podmienku môžeme zapísať v tvare $d(A, B)|M$). Úlohou je určiť neznáme polynómy X, Y splňujúce (2.5) pomocou známych polynómov A, B a M . Ak $B = 0$, prechádza rovnica na tvar

$$AX = M. \quad (2.6)$$

Rovnica (2.6) má jediné riešenie vtedy, ak $A|M$. Tento prípad nie je pre úlohy automatickej regulácie zaujímavý, a preto ďalej budeme predpokladať, že $A \neq 0, B \neq 0$. Ak označíme najväčšieho spoločného deliteľa A a B ako D , čo zapíšeme $d(A, B) = D$, potom riešenie diofantickej rovnice (2.5) existuje, ak ľavá aj pravá strana je deliteľná D . Dá sa dokázať, že uvedená vlastnosť je nevyhnutná a postačujúca podmienka pre existenciu riešenia diofantickej rovnice. Rovnica (2.5) má teda riešenie vtedy, ak $D|M$, čo môžeme vyjadriť nasledovne:

$$A = A_0D, \quad B = B_0D \quad \text{a} \quad M = M_0D, \quad (2.7)$$

kde A_0, B_0, M_0 sú redukované polynómy.

Ak rovnicu (2.5) krátime $D \neq 0$, potom získame ekvivalentnú diofantickú rovnicu

$$A_0X + B_0Y = M_0. \quad (2.8)$$

Ďalej už predpokladáme, že A_0 a B_0 sú nesúdeliteľné. Diofantická rovnica (2.8) je lineárna, a preto jej riešenie je dané súčtom partikulárneho riešenia úplnej rovnice a riešenia skrátenej rovnice (s nenulovou) pravou stranou. Ak označíme partikulárne riešenie rovnice (2.8) X_0 a Y_0 , potom všeobecné riešenie sa dá vyjadriť v tvare:

$$X = X_0 - B_0Q, \quad (2.9)$$

$$Y = Y_0 + A_0Q, \quad (2.10)$$

kde Q je ľubovoľný polynóm.

Ak existuje riešenie rovnice (2.8), potom existuje nekonečne veľa ďalších riešení, medzi ktorými je jediné také riešenie, ktoré spĺňa podmienku, že $\deg Y < \deg A_0$. Toto riešenie dáva minimálny stupeň polynómu Y . Podobným spôsobom sa dá ukázať, že existuje jediné riešenie $\deg X \leq \deg B_0$, teda s minimálnym stupňom polynómu X . Ak $\deg M_0 < \deg A_0 + \deg B_0$, obidve minimálne riešenia splývajú.

Na riešenie polynomickej rovnice (2.8) existuje viacero metód. Z hľadiska využitia výsledkov, ktoré poskytujú, sa javí najvhodnejšia metóda neurčitých koeficientov. Pri nej sa odhadnú najskôr stupne neznámych polynómov, pričom z hľadiska syntézy požadujeme, aby boli minimálne. Neznáme stupne polynómov určíme nasledovne

$$\deg X = \deg B_0 - 1$$

$$\deg Y = \deg A_0 - 1 \quad \text{pre } \deg A_0 + \deg B_0 > \deg M_0$$

$$\deg Y = \deg M_0 - \deg B_0 \quad \text{pre } \deg A_0 + \deg B_0 \leq \deg M_0.$$

Potom sa polynómy X , Y dosadia do (2.8). Po roznásobení a sčítaní jednotlivých členov, porovnáme koeficienty pri rovnakých mocninách s . Získame tak sústavu lineárnych algebraických rovníc, ktorej riešenie sú neznáme polynómy. Uvedený postup zaručuje, že polynómy X , Y , ktoré získame týmto spôsobom, budú minimálneho stupňa.

Kapitola 3

Návrh riadenia

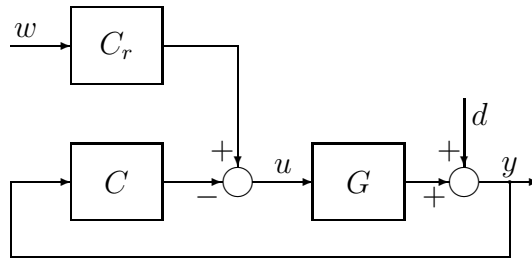
Táto kapitola je venovaná algebraickým metódam návrhu lineárnych spätnoväzbových regulačných obvodov. Algebraické metódy riadenia je spoločný názov pre metódy analýzy a syntézy dynamických systémov, ktoré vychádzajú z vonkajšieho opisu systému, ktorý chápu ako algebraický objekt. Výsledky spočívajú v riešení algebraických rovníc rôznych typov. Tieto metódy boli pôvodne aplikované na riešenie veľmi jednoduchých problémov riadenia ako stabilizácia a umiestnenie pólov. Postupne sa z nich stali užitočné nástroje na riešenie širokej triedy úloh (odstránenie poruchy, sledovanie referenčného signálu, optimálne riadenie, robustné riadenie, adaptívne riadenie, atď.).

Zlomkové reprezentácie sú vhodným algebraickým prostriedkom na návrh regulačných obvodov. Podstata ich využitia spočíva v nasledujúcich krokoch:

- Najskôr zvolíme základnú požiadavku na regulačný obvod (najčastejšie to býva stabilita).
- Prenos riadeného objektu vyjadríme ako podiel dvoch stabilných prenosov.
- Riešením diofantickej rovnice určíme všetky regulátory, ktoré stabilizujú daný objekt.
- Nakoniec vyhovieme ďalším požiadavkám (napr. optimálnosť, robustnosť) na regulačný obvod tým, že vyberieme vhodný parameter.

Tieto myšlienky boli najskôr rozvinuté v oblasti lineárnych diskretných systémov. Prvé pokusy použiť polynomicke rovnice pri návrhu riadiacich systémov urobili Volgin (1962), Strejc (1967), Åström (1970) a Peterka (1972). Algebraické základy polynomickej operácií vysvetlil Kučera (Kučera, 1973a,b, 1978) a analýza pomocou polynomickej rovnice a tiež syntéza diskretných riadiacich systémov bola úplne rozvinutá v (Kučera, 1979).

Tento postup bol rozšírený pre lineárne spojité systémy: Hautus (1975), Pernebo (1981), Callier a Desoer (1982), Kučera (1983, 1986a,b) a zvlášť Vidyasagar (1985). V algebraickom



Obr. 3.1: Schéma uzavretého regulačného obvodu (2DoF)

zmysle zodpovedajúce označenia rýdzosti môžu byť urobené spôsobom, ktorý je podobný zavedeniu pojmu stability Kučera (1984).

Podrobný prehľad tejto problematiky uviedol Kučera (1993).

Výsledky z (Kučera, 1979, 1993; Middleton a Goodwin, 1990; Vidyasagar, 1985) poskytujú istú unifikáciu prístupu bez ohľadu na to či sa jedná o opis systému v s -oblasti, z -oblasti alebo δ -oblasti. Návrh regulátorov sa redukuje na riešenie lineárnych diofantických rovníc, ktoré možno v okruhu polynómov algoritmicke riešiť transformáciou na sústavu algebraických rovníc. Tento spôsob syntézy regulátora je výhodný pre adaptívne riadenie, pretože ponúka vyjadrenie parametrov regulátora ako funkciu parametrov prenosu riadeného systému.

V ďalšej časti tejto kapitoly uvedieme výsledky návrhu regulátora metódou umiestnenia pólov, ktorý splňuje určité požiadavky. Jedná sa o návrh, ktorý zaručí stabilitu spätnoväzbového obvodu, asymptotické sledovanie referenčnej (žadanej) veličiny a odstránenie poruchovej veličiny.

3.1 Uzavretý regulačný obvod

Majme uzavretý regulačný obvod podľa obr. 3.1 opísaný vzťahmi

$$y = Gu + d, \quad (3.1)$$

$$u = C_r w - Cy, \quad (3.2)$$

kde u je akčná veličina, y je regulovaná veličina, w je žiadaná veličina a d je porucha na výstupe riadeného systému.

Riadený systém G , spätnoväzbový regulátor C a priamoväzbový regulátor C_r možno vyjadriť ako podiel dvoch prvkov z \mathcal{R}_{ps} alebo \mathcal{P} :

- riadený systém G :

$$G = \frac{N_G}{D_G} = \frac{B}{A} \quad N_G = \frac{B}{M_1}, \quad D_G = \frac{A}{M_1}, \quad (3.3)$$

kde $N_G, D_G \in \mathcal{R}_{ps}$ a $A, B \in \mathcal{P}$;

- spätnoväzbový regulátor C :

$$C = \frac{N_C}{D_C} = \frac{Y}{X} \quad N_C = \frac{Y}{M_2}, \quad D_C = \frac{X}{M_2}, \quad (3.4)$$

kde $N_C, D_C \in \mathcal{R}_{ps}$ a $X, Y \in \mathcal{P}$;

- priamoväzbový regulátor C_r :

$$C_r = \frac{N_{C_r}}{D_C} = \frac{R}{X} \quad N_{C_r} = \frac{Y}{M_2}, \quad (3.5)$$

kde $N_{C_r} \in \mathcal{R}_{ps}$ a $R \in \mathcal{P}$;

- žiadaná veličina w :

$$w = \frac{N_w}{D_w} = \frac{H_w}{F_w} \quad N_w = \frac{H_w}{M_1}, \quad D_w = \frac{F_w}{M_1}, \quad (3.6)$$

kde $N_w, D_w \in \mathcal{R}_{ps}$ a $H_w, F_w \in \mathcal{P}$;

- poruchová veličina d :

$$d = \frac{N_d}{D_d} = \frac{H_d}{F_d} \quad N_d = \frac{H_d}{M_3}, \quad D_d = \frac{F_d}{M_3}, \quad (3.7)$$

kde $N_d, D_d \in \mathcal{R}_{ps}$ a $H_d, F_d \in \mathcal{P}$.

Z predchádzajúcich vzťahov vyplýva, že M_1, M_2 a $M_3 \in \mathcal{S}$ musia byť polynómy s nasledujúcimi stupňami:

$$\deg M_1 \geq \max(\deg A, \deg F_w), \quad \deg M_2 \geq \deg X, \quad \deg M_3 \geq \deg F_d. \quad (3.8)$$

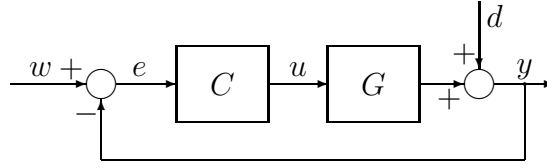
Poznámka 3.1. Ak $N_{C_r} = N_C$ potom sa jedná o prípad jednoduchého spätnoväzbového riadenia¹ (obr. 3.2).

Úlohou syntézy riadenia je určiť racionálne funkcie $D_C, N_{C_r}, N_C \in \mathcal{R}_{ps}$ tak, aby uzavretý regulačný obvod bol asymptoticky stabilný a regulačná odchýlka

$$e = w - y = \left(1 - \frac{N_G N_{C_r}}{D_G D_C + N_G N_C}\right) \frac{N_w}{D_w} + \left(\frac{D_G D_C}{D_G D_C + N_G N_C}\right) \frac{N_d}{D_d} \quad (3.9)$$

konvergovala k nule.

¹1DoF (*z angl.* one degrees of freedom)



Obr. 3.2: Schéma uzavretého regulačného obvodu (1DoF)

3.1.1 Stabilita

Uzavretý regulačný obvod na obr. 3.1, resp. 3.2 je stabilný vtedy, keď menovateľ uzavretého regulačného obvodu $D_G D_C + N_G N_C$ je jednotka v okruhu \mathcal{R}_{ps} . Z tejto podmienky vyplýva, že stabilizujúce (spätnoväzbové) regulátory získame riešením diofantického rovnice (Bezoutovej Identity)

$$D_G D_C + N_G N_C = 1. \quad (3.10)$$

Poznámka 3.2. Ak požadujeme okrem stability uzavretého regulačného obvodu aj stabilitu regulátora, potom hovoríme o silnej stabilizácii.

3.1.2 Asymptotické sledovanie

Z požiadavky asymptotického sledovania žiadanej hodnoty (asymptotic tracking) vyplýva, že chyba sledovania (regulačná odchýlka)

$$e = w - y = \left(1 - \frac{N_G N_{C_r}}{D_G D_C + N_G N_C} \right) \frac{N_w}{D_w} \quad (3.11)$$

musí byť stabilná (obr. 3.3). Aby odchýlka bola stabilná, musí byť menovateľ (3.11) jednotka v \mathcal{R}_{ps} . To znamená, že musí byť stabilný uzavretý regulačný obvod (viď rovnica (3.10)).

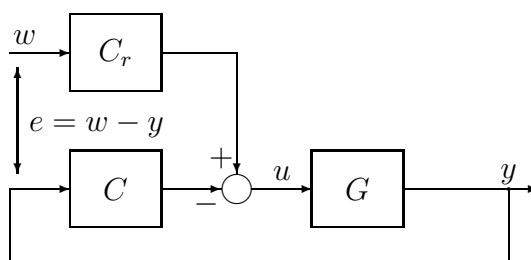
Regulačná odchýlka (3.11) je potom v tvare

$$e = (1 - N_G N_{C_r}) \frac{N_w}{D_w}. \quad (3.12)$$

Pretože N_w nie je špecifikované, musí D_w deliť $1 - N_G N_{C_r}$ v okruhu \mathcal{R}_{ps} . Z tejto podmienky vyplýva, že musí existovať prvok $N_Z \in \mathcal{R}_{ps}$ taký, že

$$1 - N_G N_{C_r} = D_w N_Z. \quad (3.13)$$

Preto priamoväzbový regulátor C_r existuje vtedy a len vtedy, ak D_w a N_G sú nesúdeliteľné v okruhu \mathcal{R}_{ps} .



Obr. 3.3: Sledovanie žiadanej hodnoty

Všetky stabilizujúce 2DoF (*z angl.* two degrees of freedom) regulátory zabezpečujúce asymptotické sledovanie žiadanej veličiny sú potom dané nasledovne

$$C = \frac{N_C}{D_C} = \frac{N_{C_0} + D_G Q}{D_{C_0} - N_G Q}, \quad (3.14)$$

$$C_r = \frac{N_{C_r}}{D_C} = \frac{N_{C_{r0}} + D_w Q_r}{D_{C_0} - N_G Q}, \quad (3.15)$$

kde D_{C_0} , $N_{C_{r0}}$, $N_{C_0} \in \mathcal{R}_{ps}$ sú partikulárne riešenia (3.10) a (3.13) a Q , $Q_r \in \mathcal{R}_{ps}$ sú ľubovoľné s obmedzením, že $D_{C_0} - N_G Q \neq 0$. Toto obmedzenie nie je veľmi prísne, pretože $D_{C_0} - N_G Q$ sa môže identicky zmeniť na nulu iba pre jeden prípad voľby Q .

Nakoniec chybu sledovania môžeme vyjadriť v tvare

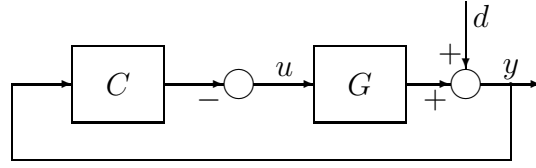
$$e = N_Z H_w. \quad (3.16)$$

3.1.3 Odstránenie poruchy

Poruchové veličiny z hľadiska získavania informácií sa delia na merateľné a nemerateľné. Štruktúra obvodu pre kompenzáciu porúch (*z angl.* disturbance rejection) závisí na tom, či je poruchová veličina merateľná alebo nemerateľná.

Merateľná porucha

Ak uvažujeme iba merateľnú poruchovú veličinu, potom jej dynamický účinok na regulovanú veličinu môže byť aproximovaný prenosovou funkciou a na kompenzáciu tejto poruchy sa môže použiť dopredný regulátor.



Obr. 3.4: Odstránenie poruchy

Nemerateľná porucha

Uvažujme uzavretý regulačný obvod, v ktorom na výstupe systému pôsobí nemerateľná porucha d . Model spätnoväzbového obvodu pre odstránenie poruchy je na obr. 3.4. Pokiaľ nevieme merať poruchu na výstupe systému, potom ju žiadnym regulátorom nevieme úplne odstrániť. Môžeme však navrhnúť taký regulátor, ktorý zabezpečí, že výstupná veličina bude asymptoticky stabilná. Potom bude vplyv poruchy asymptoticky potláčaný.

Z požiadavky stability uzavretého regulačného obvodu vyplýva, že výstup

$$y = \frac{D_G D_C}{D_G D_C + N_G N_C} \frac{N_d}{D_d} \quad (3.17)$$

musí byť stabilný. Dosadením rovnice (3.10) do (3.17) bude výstup v tvare

$$y = \frac{D_G D_C N_d}{D_d} \quad (3.18)$$

Aby výstup bol stabilný, musí byť menovateľ (3.18) jednotka v \mathcal{R}_{ps} . Aby sme to dosiahli, musí sa D_d vykrátiť s čitateľom (za predpokladu, že D_d a D_G sú nesúdeliteľné). Pretože v čitateli je voliteľný iba prvok D_C , môžeme ho zvoliť v tvare $D_C = D_d \tilde{D}_C$.

Stabilizujúce (spätnoväzbové) regulátory, ktoré zabezpečujú asymptotické odstránenie poruchy potom získame riešením modifikovanej diofantickej rovnice (3.10)

$$D_G D_d \tilde{D}_C + N_G N_C = 1 \quad (D_C = D_d \tilde{D}_C). \quad (3.19)$$

Poznámka 3.3. Ak uvažujeme štruktúru uzavretého regulačného obvodu podľa obr. 3.2, potom dosiahnutie asymptotickej stability regulačného obvodu, asymptotického sledovania a odstránenia poruchy, zabezpečíme modifikáciou diofantickej rovnice (3.10).

$$D_G D_d D_w \tilde{D}_C + N_G N_C = 1 \quad (D_C = D_d D_w \tilde{D}_C). \quad (3.20)$$

Takýto regulátor však nemôže zabezpečiť optimálne odstránenie vplyvu poruchovej veličiny d , ako aj optimálne sledovanie žiadanej veličiny w . Je možné dosiahnuť iba kompromis v tom zmysle, že optimálne odstráni vplyv poruchovej veličiny, potom sledovanej žiadanej veličiny nebude optimálne. Ak je potrebné dosiahnuť optimálne zabezpečenie oboch požiadaviek, je nutné zvoliť štruktúru uzavretého regulačného obvodu s vyšším stupňom voľnosti.

Poznámka 3.4. Výhoda 2DoF štruktúry regulátora oproti 1DoF štruktúre je v tom, že vlastnosti spätnej väzby môžu byť tvarované nezávisle na vlastnostiach sledovania (Youla a Bongiorno, 1985; Grimble, 1988).

3.2 Metóda umiestnenia pólov

Na záver tejto kapitoly uvedieme návrh regulátora metódou umiestnenia pólov. Algoritmus návrhu vyplýva z myšlienky, ktorá je podrobnejšie opísaná vo Vidyasagar (1985).

Poznámka 3.5. *Treba si uvedomiť, že diofantické rovnice (3.10), (3.13), (3.19) a (3.20) nie sú polynomicke rovnice, ale rovnice v okruhu \mathcal{R}_{ps} . Pretože rovnice v okruhu \mathcal{R}_{ps} nevieme riešiť, musíme ich konvertovať na rovnice v okruhu \mathcal{P} (t.j. na polynomicke rovnice).*

Dosadením z (3.3) a (3.4) do (3.10) získame podmienku stability v okruhu polynómov v tvare

$$AX + BY = M_1M_2 = M. \quad (3.21)$$

Dosadením z (3.3), (3.5) a (3.6) do (3.13) získame rovnicu (3.13) v okruhu polynómov v tvare

$$F_wZ + BR = M_1M_2 = M. \quad (3.22)$$

Pretože M_1 a M_2 sú stabilné polynómy, ich súčin M je tiež stabilný polynóm.

Ak polynóm M je zvolený *à priori*, potom regulátor je navrhnutý metódou *umiestnenia pólov*.

Veta 3.1 (Pole placement). *Vnútoraná stabilita uzavretého obvodu s pólmi danými polynómom M je dosiahnutá a úloha sledovania má riešenie vtedy a len vtedy, ak dvojice polynómov A , B a F_w , B sú nesúdeliteľné. Spätnoväzbová časť regulátora je daná riešením diofantickej rovnice*

$$AX + BY = M, \quad (3.23)$$

a priamoväzbová časť regulátora je daná riešením ďalšej diofantickej rovnice

$$F_wZ + BR = M. \quad (3.24)$$

Dôkaz. Vidyasagar (1985). □

Kapitola 4

Optimálne riadenie

V tejto kapitole sa venujeme optimálnemu riadeniu lineárnych časovo-invariantných systémov založenom na minimalizácii kvadratického kritéria. Materiál použitý v tejto kapitole je štandardný.

Návrh optimálneho riadenia, založený na kvadratickom kritériu, bol odvodený najskôr v stavovom priestore (Kwakernaak a Sivan, 1972). Tento prístup viedol na riešenie Riccatiho rovníc (Kalman, 1960). Nasledoval frekvenčný prístup s využitím maticových prenosových funkcií a Wiener-Hopfovej teórie (Youla a kol., 1976). Pokrok v polynomickej algebre a v algebraickom polynomickom prístupe syntézy regulačných obvodov prezentovaným napr. v (Kučera, 1979, 1981), ponúkol alternatívny prístup riešenia tohto problému. Návrh optimálneho regulátora je v tomto prípade realizovaný prostredníctvom polynomických spektrálnych faktorizácií a riešenia polynomických rovníc. Algebraické metódy boli vyvinuté pre širokú triedu deterministických a najmä stochastických systémov.

Výskum v oblasti WKH (*z angl.* Wiener–Kalman–Hopf) teórie riadenia, v súčasnosti známejšej ako LQG (*z angl.* linear quadratic gaussian) riadenie (Limebeer a Green, 1993), podľa množstva publikácií gradoval začiatkom 70-tych rokov minulého storočia. Bibliografia o LQG riadení zozbieraná Mendelom a Gieseckom (1971) pozostáva z 73 kníh, 452 časopisov a množstva konferenčných príspevkov, technických správ a dizertácií. Špeciálne vydanie časopisu *IEEE Transactions on Automatic Control* v roku 1971 bolo celé venované LQG riadeniu (Athans, 1971a). Obsahuje prehľadové práce Athansa (1971b) a Luenbergera (1971), článok Willems (1971) je venovaný spojitostiam medzi Riccatiho rovnicami, optimálnym riadením a teóriou faktorizácie a článok od Rosenbrocka a Morana (1971), ktorý dáva kritický pohľad na optimálne riadenie.

Metódy LQ resp. LQG riadenia založené na polynomickom prístupe boli opísané v celej rade prác. Na tomto mieste spomeňme aspoň práce (Kučera a Šebek, 1984a,b; Hunt a kol., 1992) zaoberajúce sa SISO diskretnými systémami. Problematika pre spojitý SISO systém je rozoberaná v Kučera a Šebek (1985). Diskrétna a spojitá MIMO systémy sú zastúpené v (Johnson a Grimble, 1987; Hunt a Šebek, 1991; Mosca, 1991).

Analýzu vzájomného vzťahu medzi polynomicou syntézou a syntézou v stavovom priestore môžeme nájsť v Kučera (1983, 1991).

Detailné spracovanie LQG optimálneho riadenia, Kalmanovej filtrácie môžeme nájsť v Anderson a Moore (1990) alebo v Kwakernaak a Sivan (1972).

Kapitola sa skladá z niekoľkých častí. Najskôr uvádzame prehľad štandardných výsledkov z oblasti deterministického LQ riadenia v stavovej oblasti. V ďalšej časti uvedieme vzájomný vzťah medzi stavovým a vstupno-výstupným návrhom. Nakoniec sa venujeme úlohe optimálneho „nekonvenčného“ sledovania. Tento spôsob syntézy regulátora je výhodný pre adaptívne riadenie, pretože ponúka vyjadrenie parametrov regulátora ako funkciu parametrov prenosu riadeného systému.

4.1 Stavový LQ regulátor

V úvode tejto kapitoly sme uviedli, že návrh optimálneho riadenia bol najskôr realizovaný s využitím stavového opisu procesu. Z toho dôvodu začneme práve týmto prístupom zameraným hlavne na deterministické riadenie.

Uvažujeme stavový opis dosiahnuteľného a pozorovateľného systému v tvare

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (4.1)$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (4.2)$$

kde $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$ je vektor stavových veličín a $u, y \in \mathcal{R}$ je riadiaca, resp. výstupná veličina.

Úlohou stavového optimálneho riadenia je nájsť lineárny zákon riadenia

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x}, \quad (4.3)$$

ktorý zabezpečí asymptotickú stabilitu spätnoväzbového systému a navyše minimalizuje kvadratické kritérium

$$J = \int_0^\infty (\mathbf{x}^T \mathbf{\Phi} \mathbf{x} + u^2) dt, \quad \mathbf{\Phi} \geq 0 \quad (4.4)$$

pre všetky \mathbf{x}_0 , pričom

$$\mathbf{K}^T = \mathbf{B}^T \mathbf{P}. \quad (4.5)$$

Matica \mathbf{P} je daná riešením ARE – algebraickej Riccatiho rovnice (z *angl.* Algebraic Riccati Equation)

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{\Phi} = \mathbf{0}, \quad (4.6)$$

pre ktoré $\mathbf{A} - \mathbf{BK}$ je stabilná matica. Skalárne riešenie tohto problému môžeme nájsť v práci (Kalman, 1960). Všeobecné riešenia Riccatiho rovnice sú uvedené v Martensson (1971). Iteračná procedúra na riešenie ARE bola prvýkrát uvedená pre špeciálny prípad v Kleinman (1968) a ďalej vylepšená v Wonham (1968). Numerické metódy riešenia ARE môžeme nájsť napr. v Arnold a Laub (1984), Van Dooren (1981) a ďalších.

Poznámka 4.1. $\det(s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{BK}))$ reprezentuje charakteristický polynóm matice $\mathbf{A} - \mathbf{BK}$. Ak bude tento charakteristický polynóm stabilný, potom bude stabilný aj uzavretý regulačný obvod.

Ak vektor stavových veličín \mathbf{x} nie je dostupný, potom zákon riadenia (4.3) nemožno priamo implementovať. Vhodným prístupom je vytvoriť asymptotického pozorovateľa

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{F}\mathbf{z} + \mathbf{G}_1\mathbf{y} + \mathbf{G}_2\mathbf{u}, \\ h &= \mathbf{H}\mathbf{z} + \mathbf{J}\mathbf{y},\end{aligned}$$

kde $\mathbf{z} \in \mathcal{R}^m$ je skonštruovaný tak, že h aproximuje $\mathbf{K}\mathbf{x}$ a zákon riadenia je v tvare

$$\mathbf{u} = -h. \quad (4.7)$$

Potom celkový systém je daný vzťahom

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{BK} & -\mathbf{BH} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

kde $\mathbf{e} = \mathbf{z} - \mathbf{T}\mathbf{x}$. \mathbf{T} je matica rozmeru $m \times n$ taká, že \mathbf{F} je stabilná matica a

$$\begin{aligned}\mathbf{T}\mathbf{A} - \mathbf{F}\mathbf{T} &= \mathbf{G}_1\mathbf{C}, \\ \mathbf{T}\mathbf{B} &= \mathbf{G}_2, \\ \mathbf{H}\mathbf{T} + \mathbf{J}\mathbf{C} &= \mathbf{K}.\end{aligned}$$

Vyššie uvedený problém je možné riešiť aj polynomickými metódami (Kučera, 1983). Polynomické riešenie úlohy deterministického, resp. stochastického riadenia môže byť získané kombináciou polynomických riešení regulátora a pozorovateľa.

Transformáciou stavového opisu systému (4.1) môžeme získať vstupno-výstupný opis

$$\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \frac{B(s)}{A(s)} = G(s). \quad (4.9)$$

Uvažujme časť predchádzajúceho vzťahu (Kučera, 1983)

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \frac{\bar{\mathbf{b}}(s)}{A(s)}, \quad (4.10)$$

kde $A(s)$ je charakteristický polynóm matice \mathbf{A} . Ak systém (4.1) je dosiahnuteľný a pozorovateľný, potom polynómy $B(s)$ a $A(s)$ sú nesúdeliteľné ($\bar{\mathbf{b}}(s)$ a $A(s)$ sú tiež nesúdeliteľné).

Veta 4.1 (Kučera (1983)). *Zákon riadenia založený na pozorovateľovi stavu je pre deterministickú úlohu daný v tvare*

$$X(s)u = -Y(s)y, \quad (4.11)$$

kde polynómy $X(s)$ a $Y(s)$ spĺňajú rovnicu

$$A(s)X(s) + B(s)Y(s) = D_f(s)D_g(s) \quad (4.12)$$

a obmedzenie $\deg Y(s) < n$. $D_f(s)$ je ľubovoľný stabilný monický polynóm stupňa $n - 1$ a $D_g(s)$ je stabilný monický polynóm definovaný vzťahom

$$A(-s)A(s) + \bar{\mathbf{b}}(-s)^T \Phi \bar{\mathbf{b}}(s) = D_g(-s)D_g(s). \quad (4.13)$$

Dôkaz. Kučera (1983). □

Poznámka 4.2. *Charakteristický polynóm matice uzavretého systému v rovnici (4.11) je výsledkom súčiny polynómov $D_f(s)$ – charakteristický polynóm matice \mathbf{F} a $D_g(s)$ – charakteristický polynóm matice $\mathbf{A} - \mathbf{BK}$. Ak sú tieto polynómy určené, zákon optimálneho riadenia môže byť priamo získaný z rovnice (4.12).*

4.2 Polynomický LQ regulátor

Úlohou polynomického optimálneho riadenia je nájsť regulátor, ktorý okrem asymptotickej stability spätnoväzbového systému a minimalizácie kvadratického kritéria zabezpečí aj asymptotické sledovanie referenčnej (žadanej) veličiny.

Pri polynomickom spojitom riadení možno rozlíšiť dva typy kritérií optimálneho riadenia (v kvadratickom zmysle). Ide o nasledovné riadenia:

1. **Deterministické riadenie (typ LQ - Linear Quadratic)** minimalizuje kritérium

$$J = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left\{ u^*(s)\varphi u(s) + y^*(s)\psi y(s) \right\} ds \quad (4.14)$$

kde $\varphi > 0$, $\psi \geq 0$ sú váhové koeficienty.

Cieľom tohto prístupu je minimalizovať kritérium (4.14) tak, aby uzavretý regulačný obvod (zobrazený na obr. 3.2) definovaný vzťahmi

$$y = Gu + d, \quad G = \frac{B}{A}, \quad (4.15)$$

$$u = Ce, \quad C = \frac{Y}{X}, \quad (4.16)$$

bol asymptoticky stabilný. Potom pravá strana diofantickéj rovnice má tvar

$$M = D_c D_f, \quad (4.17)$$

kde stabilný polynóm D_c je určený spektrálnym faktorizačným rozkladom

$$D_c^* D_c = \varphi A^* A + \psi B^* B \quad (4.18)$$

a polynóm D_f je ľubovoľný stabilný polynóm.

2. **Stochastické riadenie (typ LQG - Linear Quadratic Gaussian)** minimalizuje kritérium

$$J = \sigma^2 = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} E \left\{ u^*(s)\varphi u(s) + y^*(s)\psi y(s) \right\} ds, \quad (4.19)$$

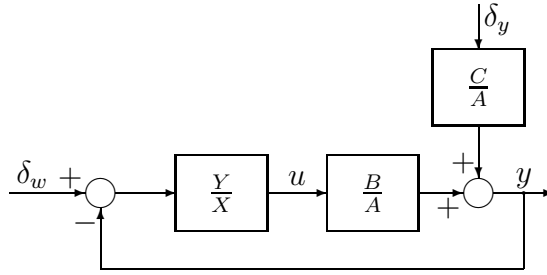
kde význam φ , ψ je rovnaký ako v prípade LQ a $E\{\cdot\}$ označuje strednú hodnotu. σ^2 je váhovaná suma ustálených zmien na vstupe a výstupe objektu. Pravá strana diofantickéj rovnice má v tomto prípade tvar

$$M = D_c D_n, \quad (4.20)$$

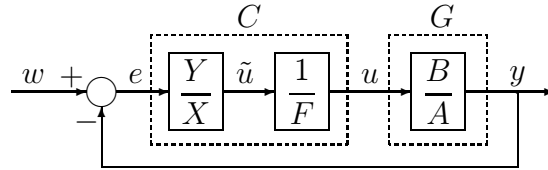
kde stabilný polynóm D_c je určený spektrálnym faktorizačným rozkladom (4.18) a D_n je určený spektrálnym faktorizačným rozkladom

$$D_n^* D_n = \phi_w A^* A + \phi_y C^* C. \quad (4.21)$$

Hodnoty ϕ_w a ϕ_y reprezentujú rozptyly pôsobiacich šumov δ_w a δ_y (viď obr. 4.1), ktoré sú vzájomne nekorelované.



Obr. 4.1: Schéma uzavretého stochastického obvodu



Obr. 4.2: Schéma „nekonvenčného“ uzavretého obvodu

Poznámka 4.3. V Kučera a Šebek (1984b) bolo pre diskrétnu riadenie (závery sú platné aj pre spojité riadenie) dokázané, že úloha optimálneho deterministického sledovania vedie na regulátor, v ktorého parametroch vystupujú začiatkové podmienky riadeného objektu. Tento regulátor je z praktického hľadiska nepoužiteľný (Dostál a kol., 1997), preto v tejto práci hovoríme „iba“ o suboptimálnom sledovaní.

V tejto práci sa ďalej sústreďujeme hlavne na úlohu deterministického LQ sledovania. Táto úloha je daná vlastnosťami riadeného objektu. Vo väčšine teoretických prác býva referenčný signál uvažovaný z triedy stochastických funkcií. V riadení technologických procesov patrí referenčný signál takmer vždy do triedy deterministických funkcií (najčastejšie sú to skokové zmeny).

Okrem toho bolo na praktických aplikáciách ukázané, že nie je vždy postačujúce obmedzovať iba akčné a výstupné veličiny, ale veľmi často musíme obmedzovať aj zmeny akčných veličín. Rýchle zmeny akčných veličín (najmä v chemickom priemysle) môžu spôsobiť poškodenie procesov (napr. extrémne zvýšenie teploty v reaktore, prechod do nestabilného stavu, extrémne zvýšenie tlaku v potrubíach, atď.). Riešenie tejto úlohy predstavuje *nekonvenčný LQ problém*, o ktorom pojednáva práca Dostál a kol. (1994).

Poznámka 4.4. Ďalšou výhodou tohto riešenia je zavedenie integračnej činnosti do regulačného obvodu. V tomto prípade kompenzačný člen obsahuje integrátor.

Nekonvenčný LQ problém suboptimálneho sledovania (obr. 4.2) je založený na minimalizácii modifikovaného kvadratického funkcionálu

$$J = \int_0^{\infty} \left(\varphi \tilde{u}^2(t) + \psi e^2(t) \right) dt, \quad (4.22)$$

kde $e = w - y$ označuje regulačnú odchýlku. Kvadratický funkcionál (4.22) môže byť prepísaný použitím Parsevalovho teóremu, na získanie výrazu v komplexnej oblasti

$$J = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \left\{ \tilde{u}^*(s)\varphi\tilde{u}(s) + e^*(s)\psi e(s) \right\} ds. \quad (4.23)$$

Poznámka 4.5. V kvadratickom funkcionáli (4.22), resp. (4.23) vystupuje nová veličina \tilde{u} , ktorá v prípade, že referenčná veličina je skoková zmena, predstavuje deriváciu akčnej veličiny, t.j. v kvadratickom kritériu je „váhovaná“ zmena akčnej veličiny.

4.2.1 Nekonvenčné LQ sledovanie

V nasledujúcej vete sú zhrnuté výsledky z návrhu nekonvenčného LQ sledovania (Dostál a kol., 1994).

Veta 4.2. Definujme stabilné polynómy D_c a D_f získané zo spektrálnych faktorizácií

$$D_c^* D_c = \varphi A^* F^* A F + \psi B^* B \quad (4.24)$$

$$D_f^* D_f = A^* A H^* H \quad (4.25)$$

potom stabilita a riešenie deterministickej LQ úlohy (4.22) je dané polynómami regulátora Y_c , X_c vypočítanými z dvojice diofantických rovníc. Riešenie existuje vtedy ak AF a B sú nesúdeliteľné.

Regulátor $C_c = Y_c / (F X_c)$ je daný riešením dvojice diofantických rovníc

$$\psi B^* D_f - A F V^* = D_c^* Y_c \quad (4.26)$$

$$\varphi A^* F^* D_f + B V^* = D_c^* X_c \quad (4.27)$$

Dôkaz. Dostál a kol. (1994). □

Dôsledok 4.1. Ak sú polynómy AF a B nesúdeliteľné, potom dvojica diofantických rovníc (4.24), (4.25) je redukovaná do diofantickej rovnice

$$A F X_c + B Y_c = D_c D_f \quad (4.28)$$

Dôkaz. Hunt a Šebek (1991), Kučera (1979). □

Poznámka 4.6. *Chovanie regulačných obvodov s LQ regulátorom sa dá ovplyvniť základnými „ladiacimi“ parametrami, ktorými sú penalizácia zmeny akčnej veličiny a regulačnej odchýlky v kvadratickom kritériu. Pomocou týchto parametrov môžeme dosiahnuť užívateľsky vhodného regulačného pochodu.*

Výhodou LQ regulátorov je skutočnosť, že regulačné pochody sú optimálne. Toto však z matematického hľadiska platí iba v prípade

- *zvoleného kritéria,*
- *ak objekt a model sú zhodné a lineárne.*

Ani v takejto „ideálnej“ situácii nemusia byť regulačné pochody užívateľsky optimálne, pretože skoro vždy si kvalitnejší regulačný pochod vyžaduje vstupný signál, ktorý je napr. energeticky náročnejší a užívateľ si ho nemôže dovoliť.

Kapitola 5

Formy parametrizácie

Parametrizácia všetkých stabilizujúcich regulátorov pre stabilný objekt má dlhšiu históriu. Myšlienka využitia parametrizácie regulátorov pochádza od Newton a kol. (1957), ktorí spozorovali, že hoci prenos uzavretého regulačného obvodu je nelineárnou funkciou regulátora, prenosová funkcia riadenia je naopak lineárnou funkciou parametra Q . Navrhli postup, v ktorom sa najskôr vypočíta prenosová funkcia parametra Q , tak aby sa dosiahli požadované vlastnosti obvodu a potom spätnou substitúciou sa vypočíta prenosová funkcia regulátora. Presná definícia tohto prístupu pochádza od Zamesa (1981). Uvedený prístup sa často uvádza ako Q -parametrizácia, ktorý je úzko zviazaný s pojmom IMC (z angl. internal model control (Morari a Zafriou, 1989)).

Rozšírenie parametrizácie všetkých stabilizujúcich regulátorov aj pre nestabilné objekty bolo použité v teórii lineárnych systémov až v 80-tych rokoch 20-teho storočia. V roku 1974 Kučera získal parametrizáciou množinu všetkých stabilizujúcich regulátorov, ktoré vyhovujú riešeniu danej polynomickej rovnice (výsledky boli prvýkrát publikované v Kučera (1975) – pre diskretnú oblasť). Vo svojom riešení však nepriložil danému parametru veľký význam. Na druhej strane Youla získal v roku 1975 parametrizáciu zovšeobecnením Wiener-Hopfovho návrhu optimálnych regulátorov aj pre nestabilné objekty (výsledky boli prvýkrát publikované v Youla a kol. (1976) – pre spojitú oblasť). Z toho dôvodu sa dlho používal iba pojem *Youlova parametrizácia*. Neskôr Youla a Kučera ukázali, že ich výsledky sú ekvivalentné. Preto sa niekedy používa aj pomenovanie *Youlova-Kučerova parametrizácia*. Veľmi zriedkavo sa v literatúre môžeme stretnúť aj s označením YJBK (z angl. Youla Jabr Bongiorno Kučera) parametrizácia. Konvenčnú Youlovu parametrizáciu môžeme nájsť okrem (Youla a kol., 1976) aj v Desoer a kol. (1980), Doyle (1984), Vidyasagar (1985) a Francis (1987).

V súčasnosti prezentovaná forma parametrizácie pochádza od Desoer a kol. (1980), v ktorej sa hovorí o výhode použitia nesúdeliteľnej faktorizácie z okruhu \mathcal{R}_{ps} namiesto okruhu polynómov. Táto myšlienka pochádza od Vidyasagara (Vidyasagar, 1972). Daná téma je takisto podrobne rozvinutá vo Vidyasagar (1985) a spracovaná v Doyle a kol.

(1992). Formulácie v stavovom priestore pre nesúdeliteľné faktorizácie boli najskôr odvodené v Khargonekar a Sontag (1982).

Parametrizácia všetkých 2DoF (*z angl.* two degree of freedom) stabilizujúcich regulátorov je daná v Youla a Bongiorno (1985) a Vidyasagar (1985).

Táto kapitola, rozdelená na niekoľko častí, je exkurziou do oblasti parametrizácie tak regulátorov ako aj systémov riadenia. V prvej časti uvádzame parametrizáciu stabilizujúcich regulátorov pre stabilný systém a na vybranom príklade demonštrujeme spôsob návrhu riadenia pre sledovanie referenčnej veličiny a odstránenie poruchy. V druhej časti sa venujeme parametrizácii stabilizujúcich regulátorov pre všeobecný systém (aj nestabilný). Najskôr uvádzame parametrizáciu v časovej oblasti (stavový prístup), a potom sa venujeme parametrizácii vo frekvenčnej oblasti (vstupno-výstupný prístup) pre jednorozmerný a viacrozmerný systém. V ďalších dvoch častiach sa stručne venujeme parametrizácii všetkých systémov stabilizovaných jedným regulátorom a spojením parametrizácie regulátorov ako aj modelov objektov riadenia. V závere tejto kapitoly uvádzame dva základné prístupy k LQ riadeniu s využitím parametrizácie všetkých stabilizujúcich regulátorov.

5.1 Parametrizácia stabilizujúcich regulátorov pre stabilný systém

V tejto podkapitole uvažujeme, že prenosová funkcia systému G je stabilná ($G \in \mathcal{R}_{ps}$). Ďalej uvažujeme rýdzu prenosovú funkciu $Q_c \in \mathcal{R}_{ps}$ v tvare

$$Q_c = \frac{C}{1 + CG}. \quad (5.1)$$

Ak sú prenosové funkcie G a Q_c známe, potom množina všetkých regulátorov C , pre ktoré je spätnoväzbový regulačný obvod na obr. 5.1 stabilný, je v tvare

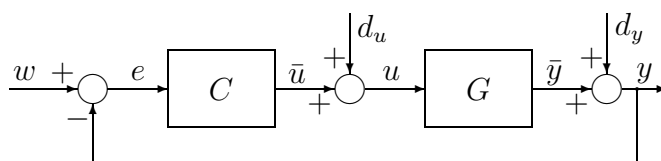
$$\left\{ C = \frac{Q_c}{1 - GQ_c} : Q_c \in \mathcal{R}_{ps} \right\}, \quad (5.2)$$

kde Q_c reprezentuje prenosovú funkciu medzi signálmi w a \bar{u} (Doyle a kol., 1992). Táto parametrizácia regulátora je známa ako **Q-parametrizácia**. Q-parametrizácia sa v oblasti riadenia technologických procesov nazýva aj IMC (*z angl.* internal model control (Morari a Zafiriou, 1989)), pretože regulátor $C = Q_c(1 - GQ_c)^{-1}$ obsahuje model objektu G .

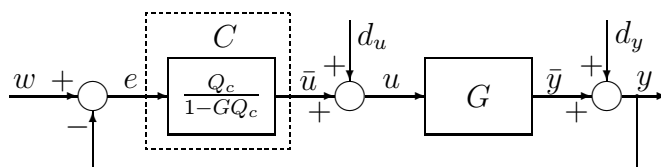
Dosadením vzťahu (5.1) do prenosu uzavretého regulačného obvodu (obr. 5.2) získavame vzťah

$$\frac{CG}{1 + CG} = Q_c G, \quad (5.3)$$

z ktorého vyplýva, že prenosová funkcia uzavretého regulačného obvodu $Q_c G$ je afinnou funkciou parametra Q_c (Boyd a Barrett, 1991). Uvedená vlastnosť platí aj pre citlivostné funkcie:



Obr. 5.1: Uzavretý regulačný obvod



Obr. 5.2: Q-parametrizácia regulátora

- citlivostná funkcia (dynamický činiteľ regulácie)

$$S_c = \frac{1}{1 + GC} = \frac{1}{1 + G \frac{Q_c}{1 - GQ_c}} = 1 - GQ_c \quad (5.4)$$

- komplementárna citlivostná funkcia (prenos riadenia)

$$T_c = \frac{GC}{1 + GC} = \frac{G \frac{Q_c}{1 - GQ_c}}{1 + G \frac{Q_c}{1 - GQ_c}} = GQ_c \quad (5.5)$$

Q-parametrizácia regulátora (5.2) vyžaduje, aby spätnoväzbový regulačný obvod na obr. 5.1 (resp. na obr. 5.2) bol vnútorne stabilný, preto skôr ako vyšetříme stabilitu tohto obvodu uvedieme definíciu BIBO (*z angl.* bounded input bounded output) stability.

Definícia 5.1 (BIBO stabilita (Vidyasagar, 1985)). *Systém je vnútorne BIBO stabilný vtedy, ak pre ľubovoľný ohraničený vstup dáva ohraničený výstup. Ak spätnoväzbový regulačný obvod na obr. 5.1 je vnútorne stabilný, hovoríme, že C je vnútorne stabilizujúci regulátor pre G.*

Z uvedenej definície vyplýva, že spätnoväzbový regulačný obvod na obr. 5.1 je vnútorne stabilný vtedy a len vtedy, ak všetky prenosové funkcie

$$\begin{pmatrix} e \\ u \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{1 + GC} \begin{pmatrix} 1 & -G & -1 \\ C & 1 & -C \\ GC & G & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ d_u \\ d_y \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

sú stabilné a rýdze, t.j. ak spoločný menovateľ $1 + GC$ je jednotkou z \mathcal{R}_{ps} (Desoer a kol. (1980); Vidyasagar (1985)).

Po substitúcii z (5.2) a následných úpravách dostávame maticu

$$\begin{pmatrix} e \\ u \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - GQ_c & -G(1 - GQ_c) & -(1 - GQ_c) \\ Q_c & 1 - GQ_c & -Q_c \\ GQ_c & G(1 - GQ_c) & 1 - GQ_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ d_u \\ d_y \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

Je zrejmé, že všetkých deväť prvkov matice patrí do \mathcal{R}_{ps} .

Dôsledok 5.1. *Z rovnice (5.6) vyplýva, že všetky prenosy nie sú afinnou funkciou regulátora C . Avšak, po odstránení zlomkov (zavedením Q -parametrizácie (5.7)) sú všetky prenosy afinnou funkciou voľného parametra Q_c (t.j. každý z nich je v tvare $L_1 + L_2Q_c$ pre $L_1, L_2 \in \mathcal{R}_{ps}$). Na základe tejto vlastnosti je výhodnejšie navrhnúť Q_c na dosiahnutie požadovaných vlastností spätnoväzbového regulačného obvodu, a potom spätnou substitúciou (rovnica (5.2)) získať C .*

Predpokladajme, že chceme nájsť taký regulátor C , ktorý zabezpečí stabilitu uzavretého regulačného obvodu, asymptotické sledovanie konštantnej žiadanej hodnoty w a potlačenie konštantnej poruchy d_u (predpokladáme, že $d_y = 0$). Ak parametrizujeme regulátor C podľa vzťahu (5.2), potom y asymptoticky sleduje zmeny w vtedy a len vtedy, ak prenosová funkcia medzi w a e je rovná nule pre $s = 0$ (t.j. $S_c(0) = 0$). Z toho vyplýva nasledujúca rovnosť

$$S_c(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad G(0)Q_c(0) = 1. \quad (5.8)$$

Predchádzajúca rovnica má riešenie $Q_c \in \mathcal{R}_{ps}$ vtedy a len vtedy, ak $G(0) \neq 0$.

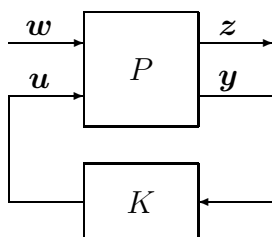
Asymptotické potlačenie poruchy d_u dosiahneme vtedy a len vtedy, ak prenosová funkcia medzi d_u a e je rovná nule pre $s = 0$ (t.j. $-GS_c(0) = 0$). Táto podmienka je totožná s podmienkou sledovania.

Zhrnutie 5.1. *Úloha má riešenie vtedy a len vtedy, ak $G(0) \neq 0$. Ak to platí, potom množina všetkých riešení je*

$$\left\{ C = \frac{Q_c}{1 - GQ_c} : Q_c \in \mathcal{R}_{ps}, \quad Q_c(0) = \frac{1}{G(0)} \right\}. \quad (5.9)$$

5.2 Parametrizácia stabilizujúcich regulátorov pre všeobecný systém

Parametrizácia všetkých vnútorne stabilizujúcich regulátorov bola prvý krát uvedená Youlom (Youla a kol., 1976). Pri parametrizácii regulátorov použili CFT (*z angl.* coprime factorisation technique). Všetky existujúce výsledky sú hlavne vo frekvenčnej oblasti (Youla a kol., 1976; Kučera, 1979; Tay a Moore, 1988), hoci môžu byť tiež transformované do stavovej oblasti (Tay a Moore, 1988). V prvej časti tejto podkapitoly sa budeme zaoberať parametrizáciou v stavovej oblasti. V druhej časti sa budeme venovať parametrizácii s využitím nesúdeliteľnej faktorizácie vo frekvenčnej oblasti.



Obr. 5.3: Všeobecná schéma riadenia

5.2.1 Stavový regulátor

Zavedenie voľného parametra Q do stavového regulátora, dosiahnuté kombináciou odhadu stavu a stavového spätnoväzbového zákona riadenia je dobre známe (Tay a Moore, 1988; Moore a Tay, 1989).

Stabilizujúce regulátory

Predpokladajme, že stabilizovateľná a detekovateľná realizácia všeobecného systému P je v tvare

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_1\mathbf{w} + \mathbf{B}_2\mathbf{u} \\
 P: \quad \mathbf{z} &= \mathbf{C}_1\mathbf{x} + \mathbf{D}_{11}\mathbf{w} + \mathbf{D}_{12}\mathbf{u} \\
 \mathbf{y} &= \mathbf{C}_2\mathbf{x} + \mathbf{D}_{21}\mathbf{w} + \mathbf{D}_{22}\mathbf{u},
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

alebo v skrátrenom tvare

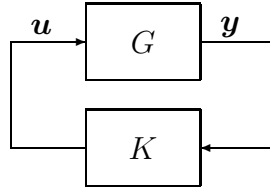
$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|cc} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \hline \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{array} \right]_T, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}, \tag{5.11}$$

kde $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$ je stavový vektor, $\mathbf{w} \in \mathcal{R}^p$ je vonkajšia poruchová veličina, $\mathbf{y} \in \mathcal{R}^s$ je merateľná veličina, $\mathbf{u} \in \mathcal{R}^q$ je výstup z regulátora a $\mathbf{z} \in \mathcal{R}^r$ je signál chyby, ktorý sa snažíme riadiť. $[\cdot]_T$ označuje konvenčný zápis systému v stavovom priestore.

Úlohou stabilizácie je nájsť spätnoväzbový stavový regulátor, ktorý zabezpečí vnútornú stabilitu uzavretého regulačného obvodu na obr. 5.3. Je všeobecne známe, že systém P je stabilizovateľný prostredníctvom spätnej väzby (obr. 5.3), ak existuje rýdzy regulátor K , ktorý vnútorne stabilizuje P .

Veta 5.1 (Stabilita). *Predpokladajme, že subsystem $G = P_{22}$ zo systému (5.11)*

$$G: \quad \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_1\mathbf{u}, \quad \mathbf{y} = \mathbf{C}_2\mathbf{x} + \mathbf{D}_{22}\mathbf{u} \tag{5.12}$$

Obr. 5.4: Všeobecná schéma riadenia subsystému $G = P_{22}$

s maticovým zápisom prenosovej funkcie

$$G = \mathbf{C}_2(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}_2 + \mathbf{D}_{22} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A} & \mathbf{B}_2 \\ \hline \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{22} \end{array} \right]_T, \quad (5.13)$$

je stabilizovateľný a detekovateľný. Potom systém na obr. 5.3 je vnútorne stabilný vtedy a len vtedy, ak systém na obr. 5.4 je vnútorne stabilný.

Dôkaz. Zhou a kol. (1996). □

Z vety 5.1 vyplýva, že K vnútorne stabilizuje P vtedy a len vtedy, ak vnútorne stabilizuje G .

Veta 5.2 (Stavový regulátor). Rýdzi regulátor K zabezpečujúci vnútornú stabilitu obvodu na obr. 5.4 existuje vtedy a len vtedy, ak $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_2)$ je stabilizovateľné a $(\mathbf{A}, \mathbf{C}_2)$ je detekovateľné. Ďalej nech \mathbf{F} a \mathbf{L} sú také, že $\mathbf{A} + \mathbf{B}_2\mathbf{F}$ a $\mathbf{A} + \mathbf{L}\mathbf{C}_2$ sú stabilné. Potom stabilizujúci regulátor založený na pozorovateľovi stavu je daný v tvare

$$K : \quad \dot{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} + \mathbf{L}\mathbf{C}_2)\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{L}\mathbf{y} + \mathbf{B}_2\mathbf{F}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{L}\mathbf{D}_{22}\mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}, \quad \mathbf{u} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}} \quad (5.14)$$

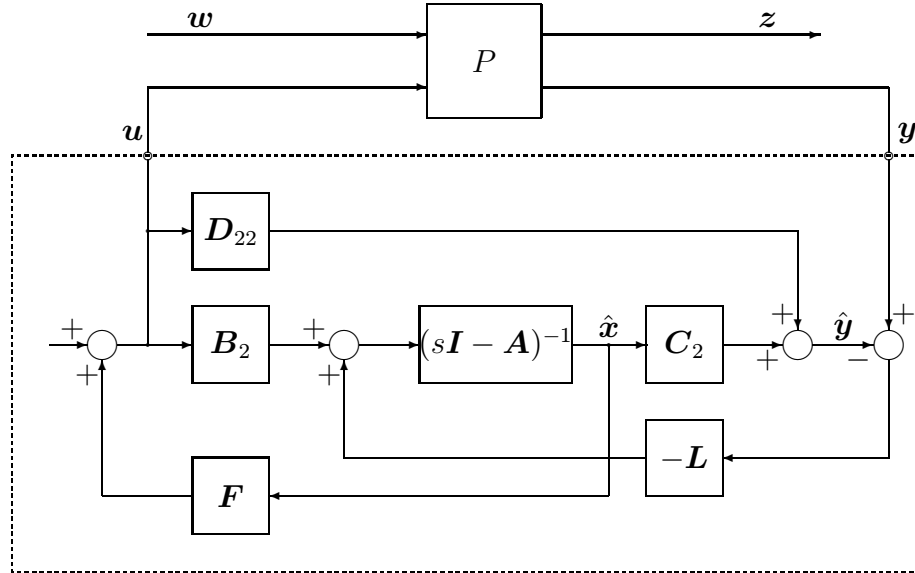
s maticovým zápisom prenosovej funkcie

$$K = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A} + \mathbf{B}_2\mathbf{F} + \mathbf{L}\mathbf{C}_2 + \mathbf{L}\mathbf{D}_{22}\mathbf{F} & -\mathbf{L} \\ \hline \mathbf{F} & \mathbf{0} \end{array} \right]_T. \quad (5.15)$$

Dôkaz. Zhou a kol. (1996). □

Tento regulátor je zobrazený na obr. 5.5.

Poznámka 5.1. Vo vete 5.2 matica \mathbf{F} je stabilizujúce spätnoväzbové zosilnenie a \mathbf{L} je stabilizujúce zosilnenie pozorovateľa (rekonštruktora).



Obr. 5.5: Schéma stavového regulátora

Parametrizácia všetkých stabilizujúcich regulátorov

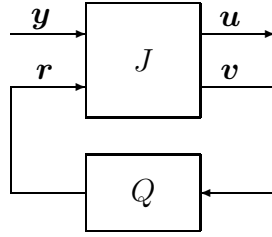
Uvažujme opäť štandardnú blokovú schému na obr. 5.3 so systémom opísaným podľa (5.11). Ďalej predpokladajme, že $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_2)$ je stabilizovateľné a $(\mathbf{A}, \mathbf{C}_2)$ je detekovateľné. V tejto časti kapitoly sa sa budeme zaoberať nasledujúcou úlohou: *Parametrizujme všetky regulátory K tak, aby vnútorne stabilizovali P .*

Táto parametrizácia všetkých stabilizujúcich regulátorov sa zvyčajne nazýva Youlova parametrizácia (*z angl. Youla parameterisation*). Ako sme už skôr spomenuli, stabilizujúci regulátor pre P závisí iba na $G = P_{22}$. Parametrizácia všetkých stabilizujúcich regulátorov je ľahká, keď objekt je sám o sebe stabilný. Komplikovanejšou sa stáva s prípade, keď objekt P nie je stabilný. Výsledky takejto parametrizácie pre stavovú reprezentáciu sú zhrnuté v nasledujúcej vete.

Veta 5.3 (Parametrizácia stavového regulátora). *Nech \mathbf{F} a \mathbf{L} sú také, že $\mathbf{A} + \mathbf{B}_2\mathbf{F}$ a $\mathbf{A} + \mathbf{L}\mathbf{C}_2$ sú stabilné. Potom všetky regulátory, ktoré vnútorne stabilizujú P môžu byť parametrizované ako matice prenosov medzi \mathbf{y} a \mathbf{u} (obr. 5.6)*

$$J = \left[\begin{array}{cc|cc} \mathbf{A} + \mathbf{B}_2\mathbf{F} + \mathbf{L}\mathbf{C}_2 + \mathbf{L}\mathbf{D}_{22}\mathbf{F} & -\mathbf{L} & \mathbf{B}_2 + \mathbf{L}\mathbf{D}_{22} & \\ \mathbf{F} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \\ \hline & & \mathbf{I} & -\mathbf{D}_{22} \\ & & & \end{array} \right]_T \quad (5.16)$$

s ľubovoľným $Q \in \mathcal{R}_{ps}$ a nesingulárnym $\mathbf{I} + \mathbf{D}_{22}Q(\infty)$.



Obr. 5.6: Zjednodušená schéma parametrizovaného stavového regulátora

Dôk a z. Zhou a kol. (1996). □

Zavedenie množiny všetkých stabilizujúcich regulátorov v kombinácii so stavovým späťnoväzbovým nominálnym regulátorom K je znázornené na obr. 5.7.

Poznámka 5.2. Je zaujímavé poznamenať, že systém v čiarkovanom rámčeku je stabilizujúci regulátor založený na pozorovateľovi stavu pre systém P , resp. G . Navyše sa dá ľahko ukázať, že prenosová funkcia medzi (\mathbf{y}, \mathbf{r}) a (\mathbf{u}, \mathbf{v}) je

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix}. \quad (5.17)$$

Táto schéma parametrizácie všetkých stabilizujúcich regulátorov naznačuje, že vnútorná stabilizácia je ekvivalentná stabilizácii rozšíreného objektu (k *nominálnemu* objektu sa pridá stabilná dynamika Q) pomocou pozorovateľa stavu. Toto je však platné iba pre striktné rýdže G a K .

Dôsledok 5.2. Predpokladajme, že G a K sú striktné rýdže a systém na obr. 5.3 je vnútorne stabilný. Potom G môže byť zabudovaný do systému

$$\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_M & \mathbf{B}_M \\ \hline \mathbf{C}_M & \mathbf{0} \end{array} \right]_T, \quad (5.18)$$

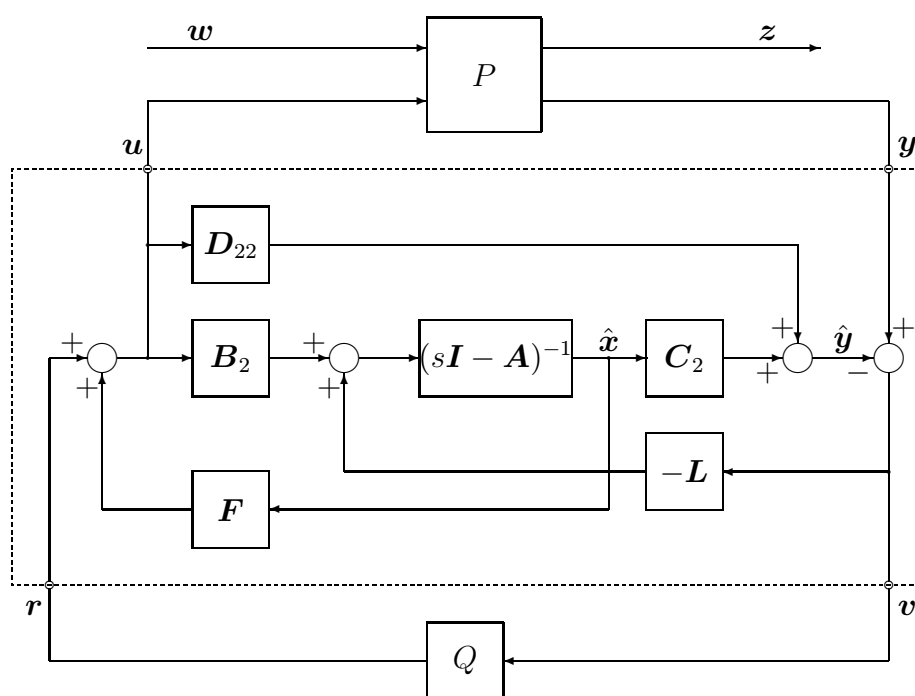
kde

$$\mathbf{A}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_Q \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_M = [\mathbf{C}_2 \quad \mathbf{0}], \quad (5.19)$$

kde \mathbf{A}_Q je stabilné a také, že K má tvar

$$K = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_M + \mathbf{B}_M \mathbf{F}_M + \mathbf{L}_M \mathbf{C}_M & -\mathbf{L}_M \\ \hline \mathbf{F}_M & \mathbf{0} \end{array} \right]_T, \quad (5.20)$$

kde $\mathbf{A}_M + \mathbf{B}_M \mathbf{F}_M$ a $\mathbf{A}_M + \mathbf{L}_M \mathbf{C}_M$ sú stabilné.



Obr. 5.7: Schéma parametrizovaného stavového regulátora

Dôkaz. Zhou a kol. (1996): Pre striktné rýdze K z obr. 5.7 musí byť aj Q striktné rýdze, ktorého minimálna realizácia je v tvare

$$Q = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_Q & \mathbf{B}_Q \\ \hline \mathbf{C}_Q & \mathbf{0} \end{array} \right]_T. \quad (5.21)$$

Keďže $Q \in \mathcal{R}_{ps}$, potom \mathbf{A}_Q je stabilné. Nech \mathbf{x} je stavový vektor systému J , ktorého stavový opis (na základe obr. 5.7) je v tvare

$$\begin{aligned} J: \quad \dot{\mathbf{x}} &= (\mathbf{A} + \mathbf{L}\mathbf{C}_2 + \mathbf{B}_2\mathbf{F})\mathbf{x} - \mathbf{L}\mathbf{y} + \mathbf{B}_2\mathbf{r} \\ \mathbf{u} &= \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{r} \quad (\mathbf{v} = -\mathbf{C}_2\mathbf{x} + \mathbf{y}) \end{aligned}$$

Nech \mathbf{x}_Q je stavový vektor systému Q . Potom stavový opis systému Q je v tvare

$$\begin{aligned} Q: \quad \dot{\mathbf{x}}_Q &= \mathbf{A}_Q\mathbf{x}_Q + \mathbf{B}_Q\mathbf{v} \\ \mathbf{r} &= \mathbf{C}_Q\mathbf{x}_Q \end{aligned}$$

Ak uvažujeme systém na obr. 5.7 ako jeden uzavretý systém M , potom realizácia tohto systému je v tvare

$$\begin{aligned} M: \quad \dot{\mathbf{x}}_M &= (\mathbf{A}_M + \mathbf{L}_M\mathbf{C}_M + \mathbf{B}_M\mathbf{F}_M)\mathbf{x}_M - \mathbf{L}_M\mathbf{y} \\ \mathbf{u} &= \mathbf{F}_M\mathbf{x}_M, \end{aligned}$$

kde

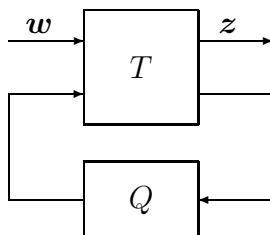
$$\mathbf{x}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_Q \end{bmatrix}, \mathbf{F}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{C}_Q \end{bmatrix}, \mathbf{L}_M = \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ -\mathbf{B}_Q \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

kde \mathbf{A}_M , \mathbf{B}_M a \mathbf{C}_M sú ako v (5.19). □

Prenosová matica uzavretého regulačného obvodu

Pripomeňme si, že prenosová matica uzavretého regulačného obvodu medzi \mathbf{w} a \mathbf{z} je lineárna zlomková transformácia $\mathcal{F}(P, K)$, a že K stabilizuje P vtedy a len vtedy, ak K stabilizuje G .

Eliminácia signálov \mathbf{u} a \mathbf{y} na obr. 5.7 vedie na obr. 5.8 pre vhodnú prenosovú maticu T . Matica prenosov T je definovaná v nasledujúcej vete.



Obr. 5.8: Uzavretý regulačný obvod

Veta 5.4. *Nech F a L sú také, že $A + B_2F$ a $A + LC_2$ sú stabilné. Potom množina všetkých prenosových matíc uzavretého regulačného obvodu medzi w a z , dosiahnuteľná vnútorne stabilizujúcim rýdzim regulátorom, je*

$$\mathcal{F}(T, Q) = \{T_{11} + T_{12}QT_{21} : Q \in \mathcal{R}_{ps}, I + D_{22}Q(\infty) \text{ je invertovateľné}\}$$

kde T je daná v tvare

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|cc} A + B_2F & -B_2F & B_1 & B_2 \\ \mathbf{0} & A + LC_2 & B_1 + LD_{21} & \mathbf{0} \\ \hline C_1 + D_{12}F & -D_{12}F & D_{11} & D_{12} \\ \mathbf{0} & C_2 & D_{21} & \mathbf{0} \end{array} \right]_T.$$

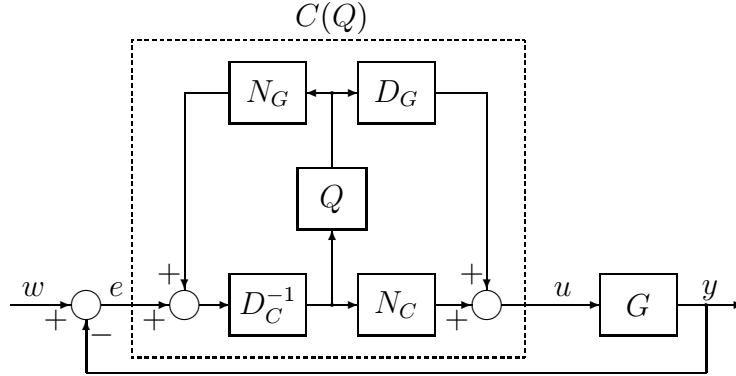
Dôk a z . Zhou a kol. (1996). □

Na záver je dôležité poznamenať, že prenosová matica uzavretého regulačného obvodu je afinná funkcia systému Q (pretože $T_{22} = 0$).

5.2.2 YK parametrizácia regulátora

Rozhodujúce pre náš prístup je charakterizácia triedy všetkých stabilizujúcich regulátorov z hľadiska parametra Q . V skutočnosti, Q nie je parameter, tak ako zosilnenie alebo časová konštanta, ale je BIBO (*z angl.* bounded-input, bounded-output) stabilný filter zabudovaný do stabilizujúceho regulátora. Táto teória bola vypracovaná Youlom (Youla a kol., 1976) a Kučerom (Kučera, 1979). Okrem toho, všetky dôležité prenosové funkcie (maticové prenosové funkcie) sú lineárne funkcie parametra Q , alebo presnejšie sú *afinné* funkcie parametra Q .

Diofantická rovnica (3.10) je lineárna, a preto jej riešenie je dané súčtom partikulárneho riešenia úplnej rovnice a riešenia skrátenej rovnice (s nenulovou) pravou stranou. Ak označíme partikulárne riešenie rovnice (3.10) N_C a D_C (ďalej v práci ho budeme nazývať



Obr. 5.9: YK parametrizácia regulátora

nominálnym riešením), potom všeobecné riešenie sa dá vyjadriť v tvare:

$$N_Q = N_C + D_G Q, \quad (5.23)$$

$$D_Q = D_C - N_G Q, \quad Q \in \mathcal{R}_{ps}. \quad (5.24)$$

Ak existuje riešenie rovnice (3.10), potom existuje nekonečne veľa ďalších riešení. Nominálne riešenie (N_C, D_C) slúži iba ako východiskové riešenie. O existencii množiny všetkých riešení (všetkých stabilizujúcich regulátorov) hovorí nasledujúca veta.

Veta 5.5 (YK parametrizácia regulátora). *Nech nominálny systém $G = N_G/D_G$, pričom N_G a D_G sú nesúdeliteľné v \mathcal{R}_{ps} , je stabilizovaný regulátorom $C = N_C/D_C$, pričom N_C a D_C sú nesúdeliteľné v \mathcal{R}_{ps} . Potom množina všetkých stabilizujúcich regulátorov pre nominálny systém G je daná vzťahom*

$$C(Q) = \frac{N_Q}{D_Q} = \frac{N_C + D_G Q}{D_C - N_G Q}, \quad (5.25)$$

kde

$$Q \in \mathcal{R}_{ps} \text{ sa nazýva YK parameter.} \quad (5.26)$$

Dôkaz. Vidyasagar (1985). □

Poznámka 5.3. *Dosadením $C(Q)$ a G do prenosu uzavretého regulačného obvodu (obr. 5.9) získavame vzťah*

$$\frac{C(Q)G}{1 + C(Q)G} = \frac{N_Q N_G}{N_Q N_G + D_Q D_G} = \frac{(N_C + D_G Q) N_G}{N_C N_G + D_C D_G} = N_C N_G + N_C D_G Q, \quad (5.27)$$

z ktorého opäť vyplýva, že prenosová funkcia uzavretého regulačného obvodu je afinnou funkciou parametra Q .

YK parametrizácia MIMO regulátora

Veta 5.6. *Nech $G = \mathbf{B}_R \mathbf{A}_R^{-1} = \mathbf{A}_L^{-1} \mathbf{B}_L$ je rcf¹ a lcf² objektu G v \mathcal{R}_{ps} . Potom množina všetkých rýdzich regulátorov dosahujúcich vnútornú stabilitu je parametrizovaná buď v tvare*

$$C(\mathbf{Q}_R) = (\mathbf{Y}_R + \mathbf{A}_R \mathbf{Q}_R)(\mathbf{X}_R - \mathbf{B}_R \mathbf{Q}_R)^{-1} \quad (\mathbf{X}_R - \mathbf{B}_R \mathbf{Q}_R) \neq \mathbf{0} \quad (5.28)$$

pre $\mathbf{Q}_R \in \mathcal{R}_{ps}$ alebo v tvare

$$C(\mathbf{Q}_L) = (\mathbf{X}_L - \mathbf{Q}_L \mathbf{B}_L)^{-1}(\mathbf{Y}_L + \mathbf{Q}_L \mathbf{A}_L) \quad (\mathbf{X}_L - \mathbf{Q}_L \mathbf{B}_L) \neq \mathbf{0} \quad (5.29)$$

pre $\mathbf{Q}_L \in \mathcal{R}_{ps}$, kde $\mathbf{X}_L, \mathbf{Y}_L, \mathbf{X}_R, \mathbf{Y}_R \in \mathcal{R}_{ps}$ splňuje Bezoutove identity:

$$\mathbf{A}_L \mathbf{X}_R + \mathbf{B}_L \mathbf{Y}_R = \mathbf{I}, \quad \mathbf{X}_L \mathbf{A}_R + \mathbf{Y}_L \mathbf{B}_R = \mathbf{I}. \quad (5.30)$$

Okrem toho, ak $\mathbf{X}_L, \mathbf{Y}_L, \mathbf{X}_R$ a \mathbf{Y}_R sú zvolené tak, že $\mathbf{Y}_R \mathbf{X}_R^{-1} = \mathbf{X}_L^{-1} \mathbf{Y}_L$, t.j.,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X}_L & \mathbf{Y}_L \\ -\mathbf{B}_L & \mathbf{A}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_R & -\mathbf{Y}_R \\ \mathbf{B}_R & \mathbf{X}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix}. \quad (5.31)$$

Potom

$$C(\mathbf{Q}) = (\mathbf{Y}_R + \mathbf{A}_R \mathbf{Q})(\mathbf{X}_R - \mathbf{B}_R \mathbf{Q})^{-1} = (\mathbf{X}_L - \mathbf{Q} \mathbf{B}_L)^{-1}(\mathbf{Y}_L + \mathbf{Q} \mathbf{A}_L) \quad (5.32)$$

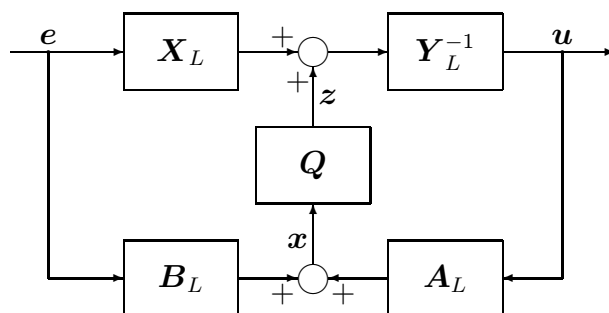
kde $\mathbf{Q} \in \mathcal{R}_{ps}$ je také, že $(\mathbf{X}_R - \mathbf{B}_R \mathbf{Q}) \neq \mathbf{0}$, $(\mathbf{X}_L - \mathbf{Q} \mathbf{B}_L) \neq \mathbf{0}$.

Dôkaz. Vidyasagar (1985). □

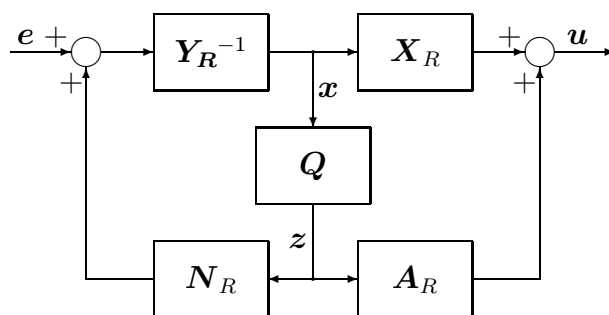
Blokové schémy parametrizovaných MIMO regulátorov sú zobrazené na obr. 5.10 a 5.11.

¹rcf (*z angl.* right coprime factorisation)

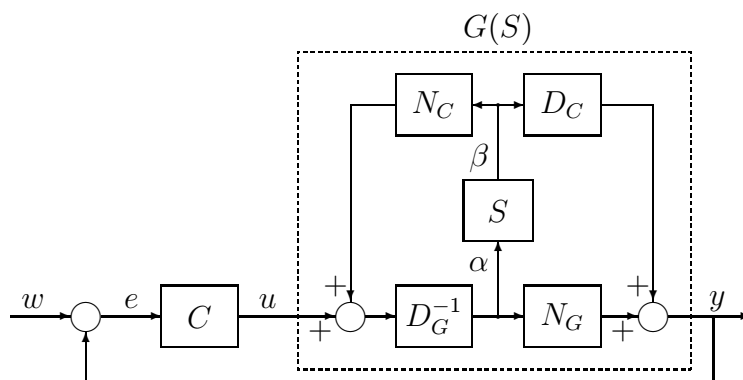
²lcf (*z angl.* left coprime factorisation)



Obr. 5.10: Schéma ľavého maticového zlomku parametrizovaného regulátora



Obr. 5.11: Schéma pravého maticového zlomku parametrizovaného regulátora



Obr. 5.12: YK parametrizácia systému

5.3 YK parametrizácia systému

V prípade parametrizácie regulátora sme vychádzali s diofantickej rovnice (3.10), kde N_G , D_G boli známe a N_C , D_C neznáme prvky z \mathcal{R}_{ps} . Uvažujme teraz prípad, v ktorom N_G , D_G budú neznáme a N_C , D_C známe prvky z \mathcal{R}_{ps} . To znamená, že budeme hľadať „duálne“ všeobecné riešenie diofantickej rovnice (3.10).

Veta 5.7 (YK parametrizácia systému). *Nech nominálny systém $G = N_G/D_G$, pričom N_G a D_G sú nesúdeliteľné v \mathcal{R}_{ps} , je stabilizovaný regulátorom $C = N_C/D_C$, pričom N_C a D_C sú nesúdeliteľné v \mathcal{R}_{ps} . Potom množina všetkých systémov stabilizovaných nominálnym regulátorom C je daná vzťahom*

$$G(S) = \frac{N_S}{D_S} = \frac{N_G + D_C S}{D_G - N_C S}, \quad (5.33)$$

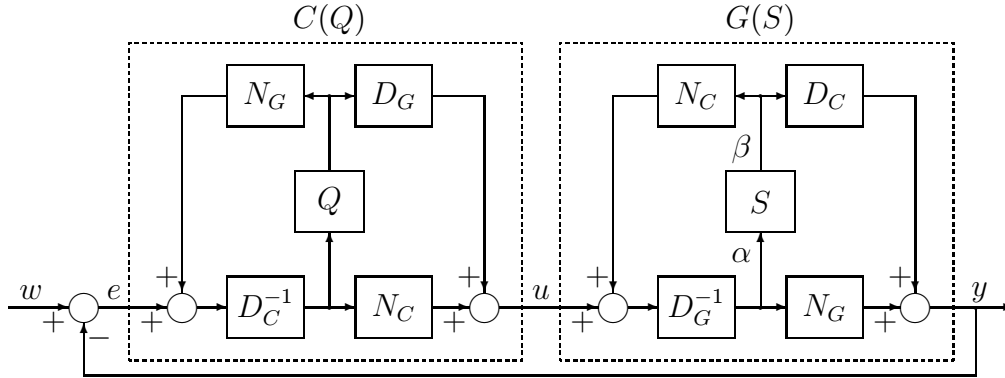
kde

$$S \in \mathcal{R}_{ps} \text{ sa nazýva duálny YK parameter.} \quad (5.34)$$

Dôk a z. Duálny k dôkazu v práci Vidyasagar (1985). □

5.4 YK parametrizácia regulátora a systému

Zatiaľ sme sa zaoberali množinami regulátorov stabilizujúcich jeden systém (štandardná YK parametrizácia) a množinami systémov stabilizovaných jedným regulátorom (duálna YK parametrizácia). Kombináciou YK parametrizácie regulátora a duálnej YK parametrizácie systému získame zaujímavé riešenie návrhu stabilizujúceho uzavretého regulačného obvodu. Uvedená skutočnosť je zhrnutá v nasledujúcej vete.



Obr. 5.13: YK parametrizácia regulátora a systému

Veta 5.8. Nech nominálny systém $G = N_G/D_G$ ($N_G, D_G \in \mathcal{R}_{ps}$) a nominálny regulátor $C = N_C/D_C$ ($N_C, D_C \in \mathcal{R}_{ps}$) s platnou diofantickou rovnicou $D_G D_C + N_G N_C = 1$ tvoria stabilný uzavretý regulačný obvod (obr. 3.2). Potom parametrizovaný systém

$$G(S) = \frac{N_G + D_C S}{D_G - N_C S} \quad (5.35)$$

a parametrizovaný regulátor

$$C(Q) = \frac{N_C + D_G Q}{D_C - N_G Q} \quad (5.36)$$

tvoria stabilný uzavretý regulačný obvod vtedy a len vtedy, ak $S \in \mathcal{R}_{ps}$ a $Q \in \mathcal{R}_{ps}$ spolu tvoria stabilný uzavretý regulačný obvod.

Dôkaz z. Tay a kol. (1989). □

Veta 5.8 hovorí, že na dosiahnutie stabilného uzavretého regulačného obvodu postačuje zabezpečiť stabilitu obvodu, ktorý tvoria „odchýlky“ od nominálneho regulátora a systému.

5.5 LQG návrh a dvojité YK parametrizácia

Aplikácia štandardnej YK parametrizácie (Youla a kol., 1976; Kučera, 1979) všetkých regulátorov stabilizujúcich daný systém je dobre známa. Túto parametrizáciu je možné aplikovať v spojení s veľkým počtom prístupov návrhu, ako napr. LTR (*z angl.* loop transfer recovery), \mathcal{H}_2 (LQG), \mathcal{H}_∞ , \mathcal{L}_1 , multiobjective design, fault detection, atď. (Dahleh a Diaz-Bobillo, 1995; Moore a Tay, 1989; Moore a kol., 1990; Stoustrup a Niemann, 1997; Tay a kol., 1997; Zhou a kol., 1996; Fikar a Unbehauen, 2002). Taktiež je možné použiť duálnu

YK parametrizáciu pre parametrizáciu všetkých systémov stabilizovaných daným regulátorom (Tay a kol., 1989, 1997; Anderson a kol., 1994).

V Tay a kol. (1997) bolo ukázané, ako možno aplikovať duálnu YK parametrizáciu spolu so štandardnou YK parametrizáciou v prípade off–line, ako aj on–line návrhu regulátora. Zaujímavý prehľad problematiky duálnej YK parametrizácie a štandardnej YK parametrizácie je uvedený v Anderson (1998). Vo väčšine prípadov sa dvojitá parametrizácia spája s návrhom robustného regulátora (\mathcal{H}_∞ návrh). Použitie pre LQG návrh regulátora je veľmi zriedkavé (Anderson a kol., 1994; Anderson, 1998; Tay a kol., 1989). Podľa článku Anderson (1998) existujú dva základné prístupy na riešenie LQG problému:

Prvý prístup (Anderson a kol., 1994; De Bruyne, 1996) ukazuje na možnosť, ako získať jednoduchý vzťah medzi duálnym (S) a štandardným (Q) YK parametrom, keď S je malé. V takomto prípade je výsledok v tvare (pre skalárny prípad):

$$Q \cong \mathcal{A}^{-1}[\mathcal{A}^{-*}S^*D_G D_G^* \Phi]_{st} , \quad (5.37)$$

kde \mathcal{A} je minimálne fázový spektrálny faktor, Φ je spektrum budiacich šumov (môžu byť biele) a $[L]_{st}$ označuje stabilnú časť zlomkového výrazu L . V tomto prípade je navrhovaný parametrizovaný optimálny regulátor $C(Q)$, t.j. je navrhovaný optimálny parameter Q , ktorý minimalizuje kvadratické kritérium

$$J_{LQG} = \frac{1}{2\pi} \int d\omega \{ |D_C - N_P S|^2 + \lambda |N_C + D_P S|^2 \} \Phi + J_c, \quad (5.38)$$

a ktorý je funkciou parametra S , nesúdeliteľnej faktorizácie nominálneho systému $G = N_P D_P^{-1}$ a jeho zodpovedajúceho optimálneho regulátora $C = N_C D_C^{-1}$. Teda parameter Q , ktorý vyjadruje „odchýlku“ optimálneho parametrizovaného $C(Q)$ od nominálneho optimálneho regulátora C , je definovaný ako funkcia parametra S , ktorý vyjadruje „odchýlku“ parametrizovaného systému $G(S)$ od nominálneho systému G .

Druhý prístup LQG návrhu je opísaný v Tay a kol. (1989). Návrh regulátora v tomto prípade pozostáva z dvoch oddelených krokov:

- 1. krok:** Uvažuje sa iba nominálny uzavretý regulačný obvod, v ktorom nominálny regulátor C je získaný na základe nominálneho systému G (off–line návrh).
- 2. krok:** V tomto kroku sa uvažuje uzavretý regulačný obvod, ktorý tvoria iba štandardný YK parameter Q a duálny YK parameter S . Návrh optimálneho YK parametra Q je založený na minimalizácii kvadratického funkcionálu, v ktorom sa penalizujú pomocné signály z a x (rovnice (6.7) a (6.8)). Tento návrh je ekvivalentný LQG návrhu založenom na frekvenčne tvarovanej penalizácii signálov výstupu y a vstupu u systému v kvadratickom funkcionáli (off/on–line návrh).

Nevýhodou prvého prístupu je, že na výpočet optimálneho parametra Q je potrebný optimálny nominálny regulátor. Výsledný optimálny parameter je iba približný a platí iba pre malú zmenu S . V tomto prípade dochádza aj k zmene kvadratického funkcionálu, na základe ktorého bol získaný nominálny regulátor. Túto zmenu môžeme vyjadriť pomocou nasledujúceho vzťahu (Anderson, 1998)

$$\text{zmena} \cong \frac{1}{2\pi} \int [\mathcal{B}^* S + S^* \mathcal{B}] d\omega , \quad (5.39)$$

kde \mathcal{B} závisí na G a C .

Nevýhodou druhého prístupu je, že v druhom kroku algoritmu je kvadratické kritérium definované iba pre náhradný uzavretý regulačný obvod, ktoré je síce ekvivalentné LQG kritériu založenom na frekvenčne tvarovanej penalizácii signálov, ale zatiaľ nie je uvedený spôsob, ako voliť váhové koeficienty pre tento kvadratický funkcionál. Preto by bolo zaujímavé vyčísliť stratu optimality v návrhu dosiahnutom v dvoch krokoch, v porovnaní so štandardným optimálnym návrhom.

V 7. kapitole bude navrhnuté modifikované riešenie, ktoré odstráni nevýhody predchádzajúcich prístupov, t.j. nominálny regulátor nemusí byť optimálny (ani minimálneho stupňa) a výsledný parametrizovaný regulátor je totožný so štandardne navrhnutým regulátorom. Náš návrh bude založený na moderných polynomických princípoch, t.j. na riešení diofantických rovníc a spektrálnych faktorizácií.

Kapitola 6

Identifikácia

Identifikácia založená na (duálnej) YK parametrizácii všetkých modelov pomocou daného (známeho) regulátora bola po prvýkrát prezentovaná v príspevku Hansen a Franklin (1988). Táto teória bola ďalej modifikovaná v Hansen a kol. (1989) a taktiež bola použitá pre účely identifikácie v uzavretom obvode Schrama (1991, 1992); Anderson a Kosut (1991). V posledných rokoch sa objavili ďalšie modifikácie uvedeného algoritmu. Ako príklad môžeme uviesť prácu Van den Hof a Callafon (1996), v ktorej sú uvedené možnosti využitia parametrizácie pri identifikácii mnohorozmerových systémov. Problematika návrhu regulátora a identifikácie procesu na základe parametrizácie modelu je uvedená v práci Van den Hof a Schrama (1995). Identifikácia nelineárnych procesov pomocou tohto prístupu je uvedená v prácach Linard a Anderson (1996); De Bruyne a kol. (1998); Linard a kol. (1999). Anderson (Anderson, 1998) vo svojej práci oboznamuje čitateľa s niektorými postrehmi pri aplikácii YK parametrizácie pri návrhu \mathcal{H}_2 , resp. \mathcal{H}_∞ riadenia ako aj pri návrhu adaptívneho riadenia a pri identifikácii nelineárnych systémov.

6.1 Identifikácia v uzavretom obvode

Metóda identifikácie v uzavretom obvode založená na (duálnej) YK parametrizácii všetkých modelov pomocou daného (známeho) nominálneho regulátora, prezentovaná v príspevku Hansen a Franklin (1988), bola viackrát modifikovaná, čím sa vytvorilo niekoľko algoritmov.

Iteračný algoritmus identifikácie

Predpokladajme, že vieme získať *nominálny* model, ktorý dostatočne aproximuje daný objekt vo zvolenom ustálenom stave (niektorou z identifikačných metód realizovaných v otvorenom obvode, príp. linearizáciou nelineárneho objektu), na základe ktorého je potom

navrhnutý *nominálny* regulátor. Potom na základe nominálneho obvodu môžeme identifikovať duálny YK parameter S , t.j. *odchýlku* medzi nominálnym modelom a objektom. Na identifikáciu parametra S sú potrebné pomocné signály x a z (obr. 6.1), ktoré môžu byť získané filtráciou výstupu y a vstupu u do objektu (Hansen a kol., 1989). Filtre sú tvorené z prenosov nominálneho modelu (N_G, D_G) a regulátora (N_C, D_C). Podrobnosti o týchto filtroch budú uvedené v podkapitole 6.1.1.

Výhodou tejto metódy je možnosť transformácie identifikácie objektu v uzavretom regulačnom obvode na identifikáciu objektu v otvorenom obvode (Mikleš a kol., 1997a,c). Hlavnou nevýhodou tejto metódy (využívajúcej nepriamy prístup) je zmena rádu a tým aj štruktúry identifikovaného modelu. Výsledný rád identifikovaného modelu je v prípade použitia YK parametrizácie daný rádom použitého regulátora ako aj rádom identifikovaného parametra S . Jedným zo spôsobov ako riešiť tento problém, je aplikácia redukčného algoritmu na výslednú prenosovú funkciu identifikovaného modelu v rámci každého iteračného kroku (Schrama, 1992). Modifikáciu pôvodného identifikačného algoritmu, ktorá zabezpečuje nemennosť štruktúry identifikovaného modelu počas identifikácie a teda odpadá problém redukcie modelu, pričom ostatné výhody spojené s touto identifikáciou ostanú zachované je možné nájsť napr. v prácach De Bruyne a kol. (1998); Kožka (2002).

Identifikácia pomocou nesúdeliteľných zlomkov

Ďalšie riešenie poskytuje identifikácia modelu procesu $G(S)$ v tvare nesúdeliteľných zlomkov (Van den Hof a Schrama, 1993, 1995; Čirka a kol., 1997; Kožka, 1997; Kožka a kol., 1997; Mikleš a kol., 1997b, 1998).

V prípade identifikácie nesúdeliteľných zlomkov sú priamo identifikované zlomky čitateľa a menovateľa modelu objektu $G(S)$, čo predstavuje výhodu, lebo nedochádza ku zmene rádu identifikovaného modelu. Jedná sa o identifikačnú metódu založenú na spoločnom vstupno-výstupnom prístupe, v ktorej signály u a y sú využívané ako výstupné signály objektu. Vstupný signál je reprezentovaný pomocným signálom x .

Problém tejto identifikácie spočíva v potrebe realizácie dvoch nezávislých identifikácií, ktorými získame nesúdeliteľné zlomky čitateľa, resp. menovateľa identifikovaného objektu. Na druhej strane, ako sme už spomenuli, výhodou tejto metódy je možnosť transformácie identifikácie objektu v uzavretom regulačnom obvode na identifikáciu objektu v otvorenom obvode.

V spomenutých iteračných metódach sa po každom iteračnom kroku mení nominálny model a regulátor, t.j. model objektu získaný v i -tom kroku sa stáva nominálnym modelom v kroku $i + 1$, na základe ktorého je vypočítaný nominálny regulátor pre krok $i + 1$. Identifikácia je ukončená, ak pre identifikovaný parameter platí $\lim_{t \rightarrow \infty} S = 0$.

Pretože chceme využiť výhodu parametrizácie tak regulátora ako aj modelu objektu, rozhodli sme sa pre neiteračnú metódu, ktorá bude podrobne opísaná v ďalšej časti tejto kapitoly.

6.1.1 Hansenova schéma identifikácie

Základná myšlienka tejto metódy bola uvedená Hansenom a Franklinom v Hansen a kol. (1989) so zreteľom na experimentálny návrh uzavretého obvodu. *Hansenova schéma* využíva duálnu YK parametrizáciu všetkých lineárnych časovo nezávislých – LTI (z *angl.* linear time invariant) systémov, ktoré sú stabilizované daným známym regulátorom. Opis tejto metódy vychádza z vety 5.7.

Uvedená veta hovorí o parametrizácii triedy všetkých LTI systémov, ktoré sú stabilizované daným regulátorom C . Poznamenajme, že $G = N_G D_G^{-1}$ je ľubovoľný nominálny pomocný systém, ktorý je stabilizovaný pomocou regulátora C . Inak povedané: G je známy, ale nie presný model skutočného objektu $G(S) = N_S D_S^{-1}$, ktorý je tiež stabilizovaný regulátorom C . Aplikovaním vety 5.7 podľa (Hansen a kol., 1989; Hansen, 1989) dostávame model objektu

$$y = \frac{N_G + D_C S}{D_G - N_C S} u + \frac{S_d}{D_G - N_C S} d, \quad (6.1)$$

kde S je ľubovoľná prenosová funkcia z okruhu \mathcal{R}_{ps} a S_d je ľubovoľná stabilná (stabilne invertovateľná) prenosová funkcia, t.j. je jednotka v okruhu \mathcal{R}_{ps} , (obr. 6.1).

Uvažujme ARMAX (z *angl.* auto regressive moving average exogenous) model objektu

$$D_S y = N_S u + H d_y, \quad (6.2)$$

kde D_S , N_S a H sú prenosové funkcie z okruhu \mathcal{R}_{ps} a D_S a N_S nemajú nestabilné nuly. Z porovnania rovníc (6.1) a (6.2) vyplýva, že identifikovaný duálny YK parameter S korešponduje s reálnym procesom $G(S)$ prostredníctvom nasledujúceho vzťahu (Hansen a Franklin, 1988; Schrama, 1992)

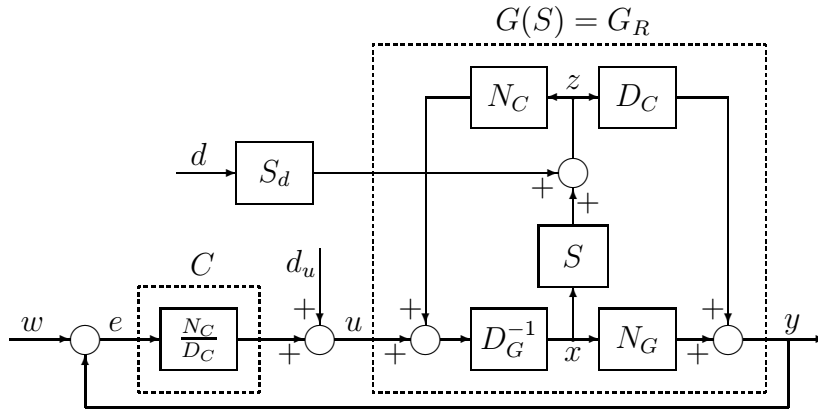
$$S = \frac{N_S D_G - N_G D_S}{D_C D_S + N_C N_S}. \quad (6.3)$$

Na základe (6.3) je možné potom prepísať nemerateľnú poruchu na výstupe zo systému $d_y = H d$ (obr. 5.1) na nasledovný tvar (Van den Hof a Schrama, 1995)

$$S_d = \frac{D_G D_C + N_G N_C}{D_C D_S + N_C N_S} H. \quad (6.4)$$

Je samozrejmé, že S je správne definované vtedy a len vtedy, ak $(D_C D_S + N_C N_S)|_{s=\infty} \neq 0$ a S_d je minimálne fázová vtedy a len vtedy, ak H je minimálne fázová. Poznamenajme, že „nominálny“ duálny YK parameter je nulový.

Zavedením vzťahu (6.4) do obr. 5.1 získame schému na obr. 6.1. Signály z a x reprezen-



Obr. 6.1: Dualná YK parametrizácia – ARMAX model

tujú pomocné signály, ktoré je možné získať s využitím nasledujúcich vzťahov, odvodených z obr. 6.1

$$x = \frac{y - Gu}{D_C + GN_C}, \quad (6.5)$$

$$z = \frac{u + Cy}{D_G + CN_G}. \quad (6.6)$$

Za predpokladu platnosti rovnice Bezoutovej identity $D_G D_C + N_G N_C = 1$ je možné vzťahy (6.5) a (6.6) prepísať na tvar

$$x = D_G y - N_G u, \quad (6.7)$$

$$z = D_C u + N_C y = N_C w + D_C d_u, \quad (6.8)$$

pričom platí (viď obr. 6.1)

$$z = Sx + S_d d. \quad (6.9)$$

Cieľom tohto nepriameho prístupu je identifikovať parameter S (na rozdiel od priamej identifikácie prenosovej funkcie daného procesu $G(S)$), prostredníctvom predikčnej chyby

$$\varepsilon = z - \hat{S}(\boldsymbol{\theta})x. \quad (6.10)$$

Na základe prezentovaných vlastností parametrizovaného modelu je možné urobiť nasledujúce uzávery, ktoré ho robia vhodným na identifikáciu:

- Dvojica (S, S_d) úplne určuje riadený model.

- Je úplnou množinou modelov v tom zmysle, že zahŕňa všetky objekty stabilizované nominálnym regulátorom C .
- Pomocné signály z a x môžu byť získané z nameraných údajov pomocou vzťahov (6.7) a (6.8) za predpokladu, že C je známy.
- Identifikáciu je možné realizovať v uzavretom regulačnom obvode za predpokladu presnej štruktúry stabilizujúceho regulátora.
- Signál z je nekorelovaný so šumom d za predpokladu, že $u + Cy = d_u + Cw$ (viď obr. 6.1), pričom predpokladáme, že w a d_u sú tiež nekorelované so šumom d_y (viď vzťah (6.8)). Z toho vyplýva, že identifikáciu modelu procesu na základe parametra S , ktorý je rekonštruovaný pomocou signálov z a x , pričom signál z je nekorelovaný s d , možno formulovať ako problém identifikácie realizovanej v otvorenom obvode. To znamená, že pri odhade modelu parametra S asymptotické identifikačné kritérium

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \int_0^t \varepsilon^2(t) dt, \quad (6.11)$$

kde

$$\varepsilon = (S - \hat{S}(\theta))x, \quad (6.12)$$

nezávisí na hodnote príspevku nemerateľnej poruchy, čo predstavuje značnú výhodu oproti priamej identifikácii.

Poznámka 6.1. *Ďalšia výhoda identifikácie realizovanej v uzavretom regulačnom obvode je v možnosti použitia aj v prípade nestabilných objektov.*

Poznámka 6.2. *Nevýhodou tejto metódy je stupeň duálneho YK parametra S , ktorý je najmenej dvakrát väčší ako stupeň identifikovaného objektu. Uvedený fakt vyplýva z rovnice (6.3). Tento problém sme v našej práci vyriešili tak, že sme si zvolili stupeň nominálneho modelu objektu čo najmenší a štruktúru identifikovaného parametra sme zvolili tak, aby stupeň výslednej prenosovej funkcie parametrizovaného modelu objektu bol približne rovnaký ako stupeň identifikovaného objektu.*

6.1.2 ARX model duálneho YK parametra

Pri identifikácii parametrov prenosu duálneho YK parametra RMNŠ budeme vychádzať z ARX (*z angl.* auto regressive exogenous) modelu v tvare

$$z = \mathbf{z}^T \theta + \varepsilon, \quad (6.13)$$

kde \mathbf{z} je vektor údajov

$$\mathbf{z} = (-z', -z'', \dots, -z^{(n)}, x, x', \dots, x^{(m)})^T \quad (6.14)$$

a

$$\boldsymbol{\theta} = (s_{d1}, s_{d2}, \dots, s_{dn}, s_{n0}, s_{n1}, \dots, s_{nm})^T$$

je vektor parametrov prenosu duálneho YK parametra.

Pre účely riadenia je potrebné identifikovať koeficienty prenosu duálneho YK parametra $s_{d1}, s_{d2}, \dots, s_{dn}, s_{n0}, s_{n1}, \dots, s_{nm}$. Na získanie vektora údajov pre priebežnú identifikáciu je potrebné poznať derivácie nameraných údajov. Zavádzajú sa preto nové, filtrované veličiny podľa vzťahu

$$\begin{aligned} z_f &= F_f z, \\ x_f &= F_f x, \end{aligned}$$

kde F_f je prenos stabilného filtra (Fikar a Mikleš, 1998). Potom sa vektor údajov (6.14) modifikuje na tvar

$$\mathbf{z} = (-z'_f, -z''_f, \dots, -z_f^{(n)}, x_f, x'_f, \dots, x_f^{(m)})^T.$$

Zavedením nového vektora údajov sa do identifikácie nezaviedla žiadna chyba, pretože prenos medzi veličinami x a z je rovnaký ako prenos medzi x_f a z_f . Výsledný prenos duálneho YK parametra je v tvare

$$S = \frac{S_n}{S_d} = \frac{s_{nm}s^m + \dots + s_{n1}s + s_{n0}}{s_{dn}s^n + \dots + s_{d1}s + 1} \quad (m \leq n).$$

Bližšie informácie o experimentálnej identifikácii systémov je možné nájsť napr. v Fikar a Mikleš (1998); Čirka a Fikar (2000).

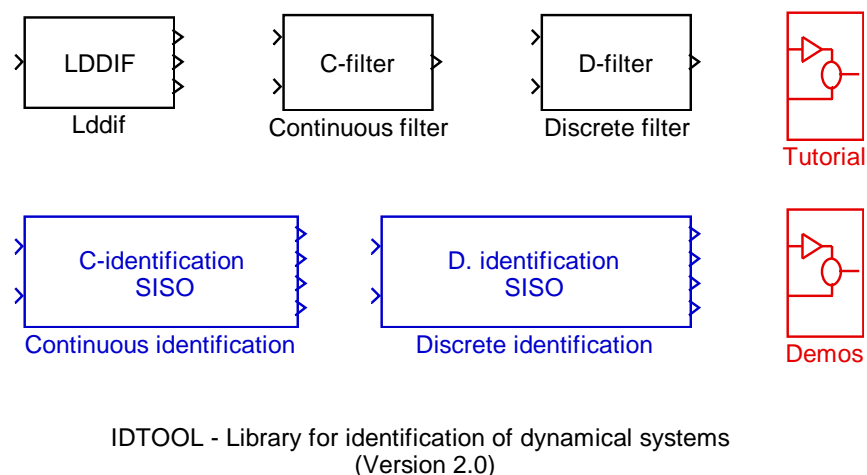
6.2 Rekurzívna metóda najmenších štvorcov

Veta o inverzii matíc zo začiatku 60. rokov minulého storočia umožnila odvodiť rôzne priebežné identifikačné metódy, ktoré mali vplyv na rozvoj adaptívneho riadenia (najmä samonastavujúcich sa regulátorov (Peterka, 1982b; Åström a Wittenmark, 1984)). Jednou z nich bola aj rekurzívna metóda najmenších štvorcov (RMNŠ)¹, založená na metóde najmenších štvorcov (MNŠ)², ktorú navrhol Gauss (1809) pre výpočet obežných dráh planét.

V RMNŠ sú odhady parametrov počítané rekurzívne v čase (Fikar a Mikleš, 1998). To znamená, že ak poznáme odhad $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t-1)$, ktorý je vypočítaný z údajov známych do času $t-1$, potom $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$ sa zistí pomocou nejakej jednoduchej modifikácie $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t-1)$. Problémy

¹RLS (*z angl.* Recursive Least Squares)

²LS (*z angl.* Least Squares)



Obr. 6.2: Identifikačný toolbox IDTOOL

tejto identifikácie boli v práci s kovariančnou maticou, preto vzniklo niekoľko modifikácií základnej RMNŠ.

Algoritmus priebežnej aktualizácie kovariančnej matice a vektora parametrov je možné získať pomocou Bayseovských metód odhadu. Pri využití odmocninového Choleskyho rozkladu kovariančnej matice sa zvýši numerická stabilita výpočtu so súčasným znížením počtu operácií potrebných na určenie nového vektora parametrov. Algoritmus REFIL, odvodený Peterkom (Peterka, 1975) vykazuje preto lepšie vlastnosti ako pôvodný, klasický algoritmus MNŠ. Aby sa vylúčilo počítanie odmocnín, ktoré sú kritickým bodom v mikropočítačových aplikáciách, bol odvodený UD rozklad kovariančnej matice (Bierman, 1977). Jeho ďalším zlepšením a pre algoritmizáciu výhodnejším postupom LD faktorizácie (Peterka, 1982a) sa ďalej zmenšil počet operácií potrebných pre predikciu budúceho chovania riadeného objektu. Algoritmus LDFIL zachováva všetky numerické vlastnosti algoritmu REFIL a navyše nevyžaduje počítanie odmocnín. Pri praktických experimentoch v simuláciách riadenia so samonastavujúcimi sa regulátormi využívajúcimi tieto identifikačné algoritmy, bolo možné pozorovať ich numerické zruštenie v prípadoch, keď dlhší čas nebola riadená sústava dobre budená. Tento jav spôsobuje krátkodobú nestabilitu vonkajšej (identifikačnej) slučky. Jeho odstránenie prináša algoritmus LD rozkladu so smerovým zabúdaním LDDIF (Kulhavý a Kárný, 1984).

6.2.1 Identifikačný toolbox IDTOOL

IDTOOL (IDentification TOOLbox) obsahuje knižnicu blokov a funkcií na experimentálnu identifikáciu SISO (MIMO) lineárnych časovo invariantných systémov.

Identifikačný toolbox (obr. 6.2) je založený na rekurzívnej metóde najmenších štvorcov s exponenciálnym a smerovým zabúdaním. Ako sme už spomenuli, rekurzívne metódy

so zabudovaným exponenciálnym zabúdaním majú jednu nevýhodu. Ak metóda nedostane dlhší čas nové informácie, môže sa stať, že kovariančná matica bude nulová a algoritmus sa zrúti (bursting effect). Na zaistenie stability bola vyvinutá metóda so smerovým zabúdaním LDDIF (Kulhavý a Kárný, 1984), ktorá zabúda iba v tom smere, v ktorom prišli nové informácie. V tomto identifikačnom toolboxe sme využili uvedený algoritmus spolu s úpravou podľa Bittantiho (Bittanti a kol., 1990). Úprava spočíva v priamej modifikácii kovariančnej matice $\mathbf{P}(t)$. Na hlavnej diagonále sa nachádza informácia o rozptyle (neurčitosti) jednotlivých parametrov. Preto sa v prípade časovo premenných parametrov môže zväčšiť ich rozptyl a tým aj zrýchliť adaptácia kovariančnej matice na nové podmienky.

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(t) + \delta \mathbf{I} \quad (6.15)$$

kde $\delta < 0.01$.

Formálne môžeme zapísať uvedenú metódu nasledovne:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \mathbf{z}(t)^T \hat{\boldsymbol{\theta}}(t-1) \quad (6.16)$$

$$r(t) = \mathbf{z}(t)^T \mathbf{P}(t-1) \mathbf{z}(t) \quad (6.17)$$

$$\mathbf{k}(t) = \frac{\mathbf{P}(t-1) \mathbf{z}(t)}{1 + r(t)} \quad (6.18)$$

$$\beta(t) = \begin{cases} \lambda - \frac{1-\lambda}{r(t)} & \text{if } r(t) > 0 \\ 1 & \text{if } r(t) = 0 \end{cases} \quad (6.19)$$

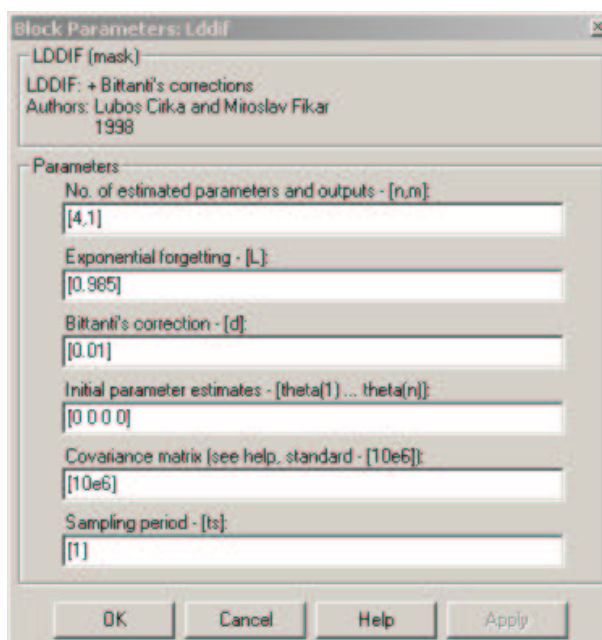
$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(t-1) - \frac{\mathbf{P}(t-1) \mathbf{z}(t) \mathbf{z}(t)^T \mathbf{P}(t-1)}{\beta(t)^{-1} + r(t)} + \delta \mathbf{I} \quad (6.20)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(t-1) + \mathbf{k}(t) \varepsilon(t) \quad (6.21)$$

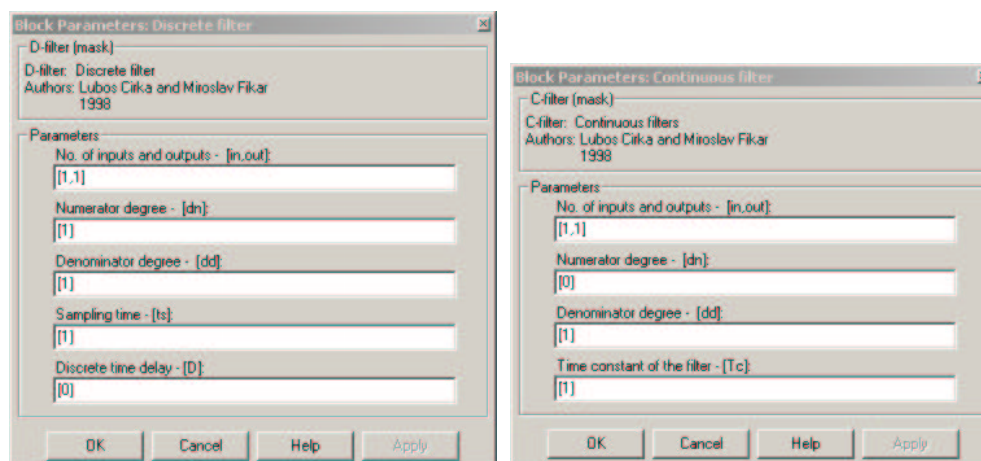
kde λ je faktor exponenciálneho zabúdanía. Každý rekurzívny algoritmus musí mať dané počiatočné podmienky. V tomto prípade potrebujeme počiatočné podmienky pre $\hat{\boldsymbol{\theta}}(0)$ a $\mathbf{P}(0)$. Všeobecne tieto volíme $\hat{\boldsymbol{\theta}}(0) = \mathbf{0}$ a $\mathbf{P}(0) = c\mathbf{I}$ kde c je nejaká veľká konštanta, napr. $10^5 - 10^{10}$.

Algoritmus LDDIF-u je naprogramovaný v Simulinku ako s-funkcia. Vstupnými parametrami sú aktuálny výstup zo systému $y(t)$ a vektor parametrov $\mathbf{z}(t)$. Výstupnými parametrami sú vektor odhadovaných parametrov $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$, kovariančná matica $\mathbf{P}(t)$ a predikčná chyba $\varepsilon(t)$. Počiatočné podmienky ako aj ďalšie parametre nutné pre správnu činnosť bloku LDDIF sa definujú pomocou „user-friendly“ okna na obr. 6.3.

Sú to nasledujúce parametre: počet identifikovaných parametrov, počet výstupov zo systému (1 – SISO systém, m – MIMO systém s m výstupmi), faktor exponenciálneho zabúdanía, Bittantiho parameter, kovariančná matica, vektor počiatočných odhadov a perióda vzorkovania. V prípade, že vektor počiatočných parametrov bude mať veľkosť inú ako je počet identifikovaných parametrov, hodnoty vektora počiatočných parametrov budú automaticky zmenené na $[0.1, 0.2, \dots, 0.1mn]$, kde n je počet identifikovaných parametrov.



Obr. 6.3: Definovanie parametrov identifikácie



Obr. 6.4: Diskrétny a spojitý filter

Okrem bloku LDDIF sa v toolboxe nachádzajú aj spojité (C-filter) a diskrétné (D-filter) filtre na získanie vektora parametrov $\mathbf{z}(t)$, ktorý je vstupným vektorom do bloku LDDIF. Parametre filtrov sa definujú opäť pomocou „user-friendly“ okna (obr. 6.4). Ďalej toolbox obsahuje bloky na priamu identifikáciu (C-identification SISO, D-identification SISO), ktoré vznikli kombináciou filtrov (C-filter, D-filter) a bloku LDDIF. Princíp tvorby filtrov a ilustračné príklady sú uvedené v blokoch Tutorial a Demos.

IDTOOL pracuje v prostredí MATLAB v5.x a Simulink v3.0. Podrobnosti sú uvedené v Čirka a Fikar (2000). Toolbox IDTOOL možno nájsť aj na internetovej stránke <http://www.ka.chtf.stuba.sk/cirka/idtool/>.

Kapitola 7

Návrh deterministického LQ sledovania

V tejto kapitole podrobne uvedieme dva návrhy suboptimálneho regulátora s využitím štandardnej a dvojitej parametrizácie.

Návrhy začínajú definovaním stabilného nominálneho riadiaceho obvodu, ktorý je vyžadovaný pri parametrizácii tak regulátora ako aj riadeného systému. V prvej časti odvodíme LQ regulátor na základe YK parametrizácie všetkých stabilizujúcich regulátorov. V druhej časti využijeme pri odvodzovaní LQ regulátora YK parametrizáciu regulátora aj riadeného systému. Na záver každého odvodu je uvedený jednoduchý ilustračný príklad. Obidva návrhy porovnáme s „klasickým – polynómickým“ návrhom, ktorý sme opísali v kapitole 4.

7.1 Nominálny riadiaci obvod

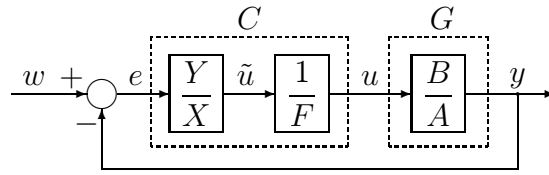
Uvažujme spätnoväzbový systém zobrazený na obr. 7.1. Spojitý jednorozmerný lineárny systém je popísaný vstupno-výstupným modelom v tvare

$$Ay = Bu, \tag{7.1}$$

kde y , u je riadená a riadiaca veličina. A a B sú polynómy, ktoré opisujú vstupno-výstupné vlastnosti systému. Predpokladáme, že platí nasledujúca podmienka $\deg B \leq \deg A$. Ďalej predpokladáme, že A a B sú nesúdeliteľné polynómy.

Uvažujme, že obraz referenčného signálu w (žadanej hodnoty výstupu) je z triedy funkcií vyjadrených v tvare

$$Fw = H, \tag{7.2}$$



Obr. 7.1: Schéma spätnoväzbového systému

kde H , F sú nesúdeliteľné polynómy a $\deg H \leq \deg F$.

Regulátor, ktorý stabilizuje spätnoväzbový systém je daný vzťahmi

$$X\tilde{u} = Ye, \quad (7.3)$$

$$Fu = \tilde{u}, \quad (7.4)$$

kde X , Y sú nesúdeliteľné polynómy a $X(0) \neq 0$. Druhá rovnica zabezpečuje sledovanie triedy referenčných signálov špecifikovaných v tvare (7.2) a predstavuje kompenzačný člen. Kompenzačný člen je samozrejme súčasťou spätnoväzbového regulátora, ale pre ďalší postup je možné ho z regulátora formálne vyčleniť (predpokladáme, že AF a B sú nesúdeliteľné polynómy).

Poznámka 7.1. Ak budeme uvažovať referenčný signál ako skokovú zmenu, s ktorou sa najčastejšie stretávame pri praktickom riadení technologických procesov, potom $H = 1$, $F = s$ v (7.2) a kompenzačný člen je daný ako $1/s$. Avšak, ak riadený systém má póly na hranici stability $\Rightarrow s = 0$ (t.j. má integračné vlastnosti), potom kompenzátor môžeme vynechať. Vo všeobecnosti, kompenzátor nie je nutný ak F delí A . Táto podmienka však neplatí pre väčšinu systémov.

Základné požiadavky na vlastnosti riadiaceho systému sú rovnaké ako v predchádzajúcich častiach: a) stabilita riadiaceho systému a b) asymptotické sledovanie referenčného signálu.

Druhá požiadavka je pre spätnoväzbový systém zobrazený na obr. 7.1 zabezpečená kompenzačným členom $1/F$ (podrobné informácie je možné nájsť v Dostál a kol. (1994)). Podmienka stability je uvedená v kapitole 3, resp. v Kučera (1993). Ak vyjadríme prenosy nominálneho riadeného systému a nominálneho stabilizujúceho spätnoväzbového regulátora ako podiely racionálnych funkcií

$$G = \frac{N_G}{D_G} = \frac{B}{A}, \quad C = \frac{N_C}{D_C} = \frac{Y}{FX}, \quad (7.5)$$

kde

$$N_G = \frac{B}{M_1}, \quad D_G = \frac{A}{M_1}, \quad N_C = \frac{Y}{M_2}, \quad D_C = \frac{FX}{M_2} \in \mathcal{R}_{ps} \quad (7.6)$$

a M_1, M_2 sú stabilné polynómy so stupňami $\deg M_1 = \deg A$, $\deg M_2 = \deg FX$, potom stabilizujúce regulátory sú dané riešením diofantickej rovnice (3.10)

$$N_G N_C + D_G D_C = 1. \quad (7.7)$$

Podmienku stability v okruhu polynómov potom získame dosadením (7.6) do (7.7) v tvare

$$AFX + BY = M_1 M_2 = M \quad (7.8)$$

7.2 YK parametrizácia: 1. časť

Predpokladajme, že sme riešením diofantickej rovnice (7.8) získali nominálny stabilizujúci regulátor (nemusí byť ani LQ optimálny, ani minimálneho stupňa), pre ktorý charakteristický polynóm uzavretého regulačného obvodu je M .

Z algebraickej teórie vyplýva, že existuje nekonečne veľa riešení diofantickej rovnice (7.8), ktoré stabilizujú riadený systém. Nominálne riešenie (X, Y) bude slúžiť iba ako štartovací bod (začiatkové riešenie). Množina všetkých regulátorov, ktoré stabilizujú nominálny riadený systém, bola definovaná vo vete 5.5 v okruhu \mathcal{R}_{ps} . Ako sme poznamenali v poznámke 3.5, rovnice v okruhu \mathcal{R}_{ps} nevieme riešiť, preto sme vetu 5.5 previedli do okruhu \mathcal{P} :

Veta 7.1 (Dôsledok vety 5.5). *Nech nominálny systém $G = N_G/D_G = B/A$, pričom N_G, D_G, B a A sú definované podľa (7.6), je stabilizovaný regulátorom $C = N_C/D_C = Y/FX$, pričom N_C, D_C, Y a FX sú definované podľa (7.6). Potom množina všetkých stabilizujúcich regulátorov pre nominálny systém G je daná vzťahom*

$$C(\bar{Q}) \equiv C(Q) = \frac{Y_Q}{FX_Q} = \frac{Y_m + A_m FQ}{FX_m - B_m FQ} = \frac{Y_m + A_m FQ}{X_m - B_m Q} \frac{1}{F}, \quad (7.9)$$

kde

$$\bar{Q} = FQ \in \mathcal{R}_{ps} \quad (7.10)$$

a

$$A_m = AM_2, \quad B_m = BM_2, \quad X_m = XM_1 \quad \text{a} \quad Y_m = YM_1. \quad (7.11)$$

Dôkaz. Vidyasagar (1985); Middleton a Goodwin (1990).

Poznámka 7.2. *Asymptotické sledovanie žiadanej veličiny w môže byť zaručené iba ak menovateľ v (7.9) obsahuje F (je deliteľný polynómom F). Preto je YK parameter \bar{Q} zvolený v tvare $\bar{Q} = FQ$. Výraz $1/F$ predstavuje prenos kompenzačného člena, ktorý je súčasťou spätnoväzbového regulátora.*

Nasledujúca časť predstavuje detailný návrh deterministického LQ riadenia s využitím štandardnej YK parametrizácie regulátora $C(Q)$. Cieľom je odvodiť postup výpočtu YK parametra Q , ktorý minimalizuje (4.22).

Veta 7.2. *Minimalizujme kvadratický funkcionál (4.22) podľa YK parametra Q , ktorý je z okruhu \mathcal{R}_{ps} . Riešme rovnice spektrálnej faktorizácie (4.24), (4.25) pre stabilné D_c , D_f a diofantickú rovnicu s neznámymi Q_n a V^**

$$\psi D_f B^* X - \varphi D_f A^* F^* Y = Q_n D_c^* + V^* D. \quad (7.12)$$

Optimálny YK parameter je potom daný v tvare

$$Q = \frac{Q_n}{D_c D_f} \frac{M_1}{M_2} \in \mathcal{R}_{ps}. \quad (7.13)$$

Keďže D_c , D_f , M_2 sú stabilné (patria do okruhu \mathcal{S}), potom z toho vyplýva, že Q je stabilná prenosová funkcia (patrí do okruhu \mathcal{R}_{ps}), a tak spĺňa podmienky z definície YK parametrizácie.

Dôkaz. Čirka a kol. (2002b): Na minimalizáciu kritéria (4.22) sú potrebné signály \tilde{u} a e . Môžu byť získané z rovníc (7.1), (7.3) a (7.9) tak, že požadované signály sú funkciami iba externého signálu w

$$\tilde{u} = \frac{Y_m + A_m F Q}{M_1 (A F X + B Y)} A F w = \frac{Y_m + A_m F Q}{M_1 M} A H, \quad (7.14)$$

$$e = \frac{X_m - B_m Q}{M_1 (A F X + B Y)} A F w = \frac{X_m - B_m Q}{M_1 M} A H. \quad (7.15)$$

Minimalizácia funkcionálu (4.22) podľa všetkých stabilných Q predstavuje minimalizáciu nasledujúceho funkcionálu v komplexnej oblasti

$$J = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} (\tilde{u}^* \varphi \tilde{u} + e^* \psi e) ds = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} (\varphi S_{\tilde{u}} + \psi S_e) ds, \quad (7.16)$$

kde $S_{\tilde{u}}$ a S_e sú spektrálne funkcie v tvare

$$\begin{aligned} S_{\tilde{u}} &= \tilde{u}^* \tilde{u} = \left(\frac{Y_m + A_m F Q}{M_1 M} A H \right)^* \left(\frac{Y_m + A_m F Q}{M_1 M} A H \right) \\ &= Q^* Q A^* A H^* H \frac{A_m^* A_m F^* F}{M_1^* M^* M_1 M} + Q^* A^* A H^* H \frac{A_m^* F^* Y_m}{M_1^* M^* M_1 M} \\ &\quad + Q A^* A H^* H \frac{A_m F Y_m^*}{M_1^* M^* M_1 M} + A^* A H^* H \frac{Y_m^* Y_m}{M_1^* M^* M_1 M}, \end{aligned} \quad (7.17)$$

$$\begin{aligned} S_e &= e^* e = \left(\frac{X_m - B_m Q}{M_1 M} A H \right)^* \left(\frac{X_m - B_m Q}{M_1 M} A H \right) \\ &= Q^* Q A^* A H^* H \frac{B_m^* B_m}{M_1^* M^* M_1 M} - Q^* A^* A H^* H \frac{B_m^* X_m}{M_1^* M^* M_1 M} \\ &\quad - Q A^* A H^* H \frac{B_m X_m^*}{M_1^* M^* M_1 M} + A^* A H^* H \frac{X_m^* X_m}{M_1^* M^* M_1 M}. \end{aligned} \quad (7.18)$$

Minimum podintegrálnej funkcie (7.16) získame pomocou metódy doplnenia na štvorec

$$\begin{aligned} &\varphi S_{\tilde{u}} + \psi S_e = \\ &= Q^* Q \frac{A^* A H^* H}{M_1^* M^* M_1 M} (\varphi A_m^* A_m F^* F + \psi B_m^* B_m) \\ &\quad + Q^* \frac{A^* A H^* H}{M_1^* M^* M_1 M} (\varphi A_m^* F^* Y_m - \psi B_m^* X_m) \\ &\quad + Q \frac{A^* A H^* H}{M_1^* M^* M_1 M} (\varphi A_m F Y_m^* - \psi B_m X_m^*) + \frac{A^* A H^* H}{M_1^* M^* M_1 M} (\varphi Y_m^* Y_m + \psi X_m^* X_m) \\ &= Q^* Q \frac{A^* A H^* H}{M_1^* M_1^* M_1 M_1} (\varphi A^* A F^* F + \psi B^* B) + Q^* \frac{A^* A H^* H}{M_1^* M_1^* M} (\varphi A^* F^* Y - \psi B^* X) \\ &\quad + Q \frac{A^* A H^* H}{M_1 M_1 M^*} (\varphi A F Y^* - \psi B X^*) + \frac{A^* A H^* H}{M^* M} (\varphi Y^* Y + \psi X^* X). \end{aligned} \quad (7.19)$$

Uvažujme teraz prvú časť podintegrálnej funkcie obsahujúcu výraz $Q^* Q$

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{A^* A H^* H}{M_1^* M_1^* M_1 M_1} (\varphi A^* A F^* F + \psi B^* B) \\ &= \frac{D_f^* D_f}{M_1^* M_1^* M_1 M_1} (\varphi A^* F^* A F + \psi B^* B) = \left(\frac{D_f D_c}{M_1 M_1} \right)^* \left(\frac{D_f D_c}{M_1 M_1} \right), \end{aligned}$$

kde stabilné polynómy D_c a D_f sú získané z rovníc spektrálnej faktorizácie (4.24) a (4.25). Doplnením na štvorec potom dostávame

$$\begin{aligned} \varphi S_{\tilde{u}} + \psi S_e &= \left(\frac{D_f D_c}{M_1 M_1} Q + \frac{\varphi D_f A^* F^* Y}{M D_c^*} - \frac{\psi D_f B^* X}{M D_c^*} \right)^* \\ &\quad \times \left(\frac{D_f D_c}{M_1 M_1} Q + \frac{\varphi D_f A^* F^* Y}{M D_c^*} - \frac{\psi D_f B^* X}{M D_c^*} \right) + y_d, \end{aligned} \quad (7.20)$$

kde y_d je zvyšok, nezávislý od Q .

Keďže nás nezaujíma minimálna hodnota kvadratického funkcionálu (7.16), ale iba riešenie, najlepším spôsobom je výraz v zátvorke položiť rovný nule. Z tejto rovnice môže byť získané optimálne Q . Avšak, jednoduché polozenie obsahu zátvorky rovné nule nevyrieši náš problém, pretože výsledný parameter Q nemusí byť z okruhu \mathcal{R}_{ps} . Preto, skôr ako položíme výraz v zátvorke rovný nule, môžeme upraviť druhý a tretí člen v zátvorke tak, že ho rozdelíme na dve časti

$$\frac{\psi D_f B^* X}{M D_c^*} - \frac{\varphi D_f A^* F^* Y}{M D_c^*} = \frac{Q_n}{M} + \frac{V^*}{D_c^*}. \quad (7.21)$$

Z rovnice (7.21) budeme uvažovať iba prvý člen Q_n/D , pretože druhý člen V^*/D_c^* je striktné nestabilný. Po uvedených úpravách dostávame v zátvorkách nasledujúci výraz

$$\left(\frac{D_f D_c}{M_1 M_1} Q - \frac{Q_n}{M} \right) \equiv \left(\frac{D_f D_c}{M_1 M_1} Q - \frac{Q_n}{M_1 M_2} \right). \quad (7.22)$$

Ak sa tento výraz rovná nule, potom dostávame Q v tvare

$$Q = \frac{Q_n}{D_c D_f} \frac{M_1}{M_2}. \quad (7.23)$$

Pretože menovateľ je stabilný, tak Q je zvolené správne ($Q \in \mathcal{R}_{ps}$). \square

Výsledky návrhu deterministického LQ sledovania získané klasickým a parametrizovaným prístupom sú zosumarizované v nasledujúcom dôsledku:

Dôsledok 7.1. *Klasický LQ regulátor $C_c = Y_c/(FX_c)$ získaný z diofantických rovníc (4.26), (4.27) a parametrizovaný LQ regulátor $C(Q) = Y_q/(FX_q)$ získaný z rovníc (7.9), (7.23) so stabilnými polynómami D_c a D_f vypočítanými z rovníc spektrálnych faktorizácií (4.24) a (4.25) sú rovnaké.*

Dôkaz. Nie je ťažké dokázať, že

$$C_c = \frac{Y_c}{FX_c} = \frac{Y_q}{FX_q} = C(Q). \quad (7.24)$$

Prenos klasického regulátora C_c môže byť získaný z rovníc (4.26) a (4.27)

$$C_c = \frac{Y_c}{FX_c} = \frac{\psi B^* D_f - A F V^*}{F(\varphi A^* F^* D_f + B V^*)}.$$

Pomocou rovníc (7.21) a (7.23) môžeme prepísať YK parameter Q nasledujúcim spôsobom

$$Q = \frac{Q_n}{D_c D_f} \frac{M_1}{M_2} = \frac{\psi D_f B^* X - \varphi D_f A^* F^* Y - DV^* M_1}{D_c^* D_c D_f} \frac{M_1}{M_2}. \quad (7.25)$$

Dosadením (7.25) do (7.9) dostávame parametrizovaný regulátor $C(Q)$

$$C(Q) = \frac{Y_q}{FX_q} = \frac{YM_1 + AM_2 FQ}{FXM_1 - BM_2 FQ} = \frac{\psi B^* D_f - AFV^*}{F(\varphi A^* F^* D_f + BV^*)}.$$

□

7.2.1 Ilustračný príklad

Na tomto jednoduchom ilustračnom príklade chceme ukázať výpočet LQ regulátora (klasického aj parametrizovaného).

Majme riadený systém opísaný nasledujúcou prenosovou funkciou

$$G = \frac{B}{A} = \frac{3}{5s + 1}.$$

Referenčná veličina je zvolená v tvare skokovej zmeny: $w(t) = 1(t) \Rightarrow F = s$. Váhové koeficienty φ a ψ v kvadratickom funkcionáli (4.22) sú zvolené nasledovne: $\varphi = 0.7$, $\psi = 0.8$. Oba stabilné polynómy D_c a D_f sú získané zo spektrálnych faktorizácií (4.24), (4.25) v tvare

$$\begin{aligned} D_c &= d_{c2}s^2 + d_{c1}s + d_{c0}, \\ D_f &= d_{f1}s + d_{f0}, \end{aligned}$$

kde jednotlivé koeficienty sú

$$\begin{aligned} d_{c0} &= \sqrt{\psi b_0^2}, & d_{c2} &= \sqrt{\varphi a_1^2}, \\ d_{c1} &= \sqrt{\varphi + 2d_{c2}d_{c0}}, \\ d_{f1} &= |a_1|, & d_{f0} &= 1. \end{aligned}$$

Výsledné stupne polynómov čitateľa a menovateľa prenosovej funkcie regulátora sú $\deg(Y_c) = \deg(X_c) = 1$. Ich koeficienty sú počítané z polynomickej rovnice (4.28). Rýdza prenosová funkcia spätnoväzbového klasického LQ regulátora s predkompensátorom je v tvare

$$C_c = \frac{Y_c}{FX_c} = \frac{4.472s + 0.894}{4.183s^2 + 4.811s}.$$

Pre YK parametrizovaný LQ regulátor je nominálny regulátor, ktorý stabilizuje uzavretý regulačný obvod zvolený v tvare

$$C = \frac{Y}{FX} = \frac{0.8133s + 0.3333}{0.2s^2 + 0.56s}.$$

Potom charakteristický polynóm uzavretého regulačného obvodu je v tvare

$$M = M_1 M_2,$$

kde $M_1 = (1 + s)$ a $M_2 = (1 + s)^2$.

Polynóm Q_n je vypočítaný z rovnice (7.12). Potom dostávame suboptimálny YK parameter

$$Q = \frac{Q_n}{D_f D_c} \frac{M_1}{M_2} = \frac{-2.5s^2 - 2.6s - 1.1}{21s^3 + 28s^2 + 18s + 2.7} \frac{M_1}{M_2}.$$

Nakoniec vypočítame parametrizovaný LQ regulátor

$$C_q = \frac{Y_q}{FX_q} = \frac{Y M_1 + A M_2 F Q}{F X M_1 - B M_2 F Q} = \frac{4.472s + 0.894}{4.183s^2 + 4.811s},$$

ktorého prenosová funkcia je rovnaká ako v prípade klasického LQ návrhu.

7.3 YK parametrizácia: 2. časť

Predpokladajme, že na základe nových údajov je pomocou duálneho YK parametra

$$S = \frac{S_n}{S_d} \in \mathcal{R}_{ps} \tag{7.26}$$

stanovený nový systém.

Prenos výsledného modifikovaného systému je potom definovaný pomocou známej relácie, ktorá je zhrnutá v nasledujúcej vete.

Veta 7.3 (Dôsledok vety 5.7). *Nech nominálny systém $G = N_G/D_G = B/A$, pričom N_G , D_G , B a A sú definované podľa (7.6), je stabilizovaný regulátorom $C = N_C/D_C = Y/FX$, pričom N_C , D_C , Y a FX sú definované podľa (7.6). Potom množina všetkých systémov stabilizovaných nominálnym regulátorom C je daná vzťahom*

$$G(S) = \frac{B_s}{A_s} = \frac{B_m S_d + F X_m S_n}{A_m S_d - Y_m S_n}, \tag{7.27}$$

kde

$$S = \frac{S_n}{S_d} \in \mathcal{R}_{ps} \quad (7.28)$$

a

$$A_m = AM_2, \quad B_m = BM_2, \quad X_m = XM_1 \quad \text{a} \quad Y_m = YM_1. \quad (7.29)$$

Dôkaz. Duálny k dôkazu v Vidyasagar (1985); Middleton a Goodwin (1990). \square

Cieľom tejto časti práce je odvodenie alternatívneho vyjadrenia pre regulátor založený na duálnej YK parametrizácii systému a štandardnej YK parametrizácii regulátora. Najskôr však zhrnieme známe výsledky z parametrizácie systémov v okruhu \mathcal{P} :

Veta 7.4 (Dôsledok vety 5.5). *Nech nominálny systém $G = N_G/D_G = B/A$, pričom N_G , D_G , B a A sú definované podľa (7.6), je stabilizovaný regulátorom $C = N_C/D_C = Y/FX$, pričom N_C , D_C , Y a FX sú definované podľa (7.6). Potom množina všetkých stabilizujúcich regulátorov pre nominálny systém G je daná vzťahom*

$$C(Q) = \frac{Y_q}{FX_q} = \frac{Y_m Q_d + A_m F Q_n}{FX_m Q_d - B_m F Q_n} = \frac{Y_m Q_d + A_m F Q_n}{X_m Q_d - B_m Q_n} \frac{1}{F}, \quad (7.30)$$

kde

$$Q = \frac{F Q_n}{Q_d} \in \mathcal{R}_{ps} \quad (7.31)$$

a

$$A_m = AM_2, \quad B_m = BM_2, \quad X_m = XM_1 \quad \text{a} \quad Y_m = YM_1. \quad (7.32)$$

Dôkaz. Vidyasagar (1985); Middleton a Goodwin (1990). \square

Poznámka 7.3. *Prítomnosť F v čitateli Q zaručuje asymptotické sledovanie žiadanej veľičiny.*

Veta 7.5. *Uvažujme uzavretý regulačný obvod zapojený podľa obr. 5.13 definovaný parametrizovaným systémom $G(S)$ a parametrizovaným regulátorom $C(Q)$, pričom $S = S_n/S_d$ a $Q = FQ_n/Q_d$ sú z okruhu \mathcal{R}_{ps} . Uzavretý regulačný obvod je stabilný vtedy a len vtedy, ak S a Q spolu tvoria stabilný uzavretý obvod.*

Dôk a z. Tay a kol. (1989). □

Nasledujúca časť predstavuje detailný návrh deterministického LQ riadenia s využitím YK parametrizácie modelu riadeného systému $G(S)$ a regulátora $C(Q)$. Cieľom je odvodiť postup výpočtu YK parametra Q , ktorý minimalizuje (4.22), pričom objekt je aktualizovaný na základe duálneho YK parametra S .

Veta 7.6. *Uvažujme minimalizáciu kvadratického funkcionálu (4.22) podľa YK parametra Q , ktorý je z okruhu \mathcal{R}_{ps} . Predpokladajme, že nominálny systém $G = N_G/D_G = B/A$ je stabilizovaný nominálnym regulátorom $C = N_C/D_C = Y/FX$, a že stabilná prenosová funkcia Q je známa. Riešme rovnice spektrálnej faktorizácie (4.24), (4.25) pre stabilné D_c , D_f a dvojicu bilaterálnych diofantických rovníc s neznámymi Q_n , Q_d a V^**

$$-\varphi D_f A_q^* F^* Y_m + \psi D_f B_q^* X_m - S_d D V^* = D_c^* Q_n, \quad (7.33)$$

$$\varphi D_f A_q^* F^* A_m F + \psi D_f B_q^* B_m + S_n F D V^* = D_c^* Q_d. \quad (7.34)$$

Optimálny YK parameter je potom daný vzťahom

$$Q = \frac{F q_n}{q_d} = \frac{F Q_n}{Q_d}, \quad \text{kde } q_n = \frac{Q_n}{D_c D_f} \text{ a } q_d = \frac{Q_d}{D_c D_f}. \quad (7.35)$$

Dôk a z. Čirka a kol. (2002a): Na minimalizáciu kritéria (4.22) sú potrebné signály \tilde{u} a e . Môžu byť získané z rovníc (7.1), (7.3) a (7.30) tak, že požadované signály sú funkciami iba externého signálu w

$$\tilde{u} = \frac{(A_m S_d - Y_m S_n)(Y_m Q_d + A_m F Q_n) F}{(A_m F X_m + B_m Y_m)(S_d Q_d + S_n F Q_n)} w, \quad (7.36)$$

$$e = \frac{(A_m S_d - Y_m S_n)(X_m Q_d - B_m Q_n) F}{(A_m F X_m + B_m Y_m)(S_d Q_d + S_n F Q_n)} w. \quad (7.37)$$

Substitúciou za w z rovnice (7.2) dostávame

$$\tilde{u} = \frac{(A_m S_d - Y_m S_n) H}{M_1 M_2 (A F X + B Y)} \left(\frac{Y_m Q_d + A_m F Q_n}{S_d Q_d + S_n F Q_n} \right), \quad (7.38)$$

$$e = \frac{(A_m S_d - Y_m S_n) H}{M_1 M_2 (A F X + B Y)} \left(\frac{X_m Q_d - B_m Q_n}{S_d Q_d + S_n F Q_n} \right). \quad (7.39)$$

Ak predpokladáme, že $F Q_n$ a Q_d sú nesúdeliteľné, potom môžeme napísať

$$q_d S_d + q_n F S_n = 1, \quad (7.40)$$

kde q_n, q_d sú stabilné racionálne funkcie

$$q_d = \frac{Q_d}{S_d Q_d + S_n F Q_n}, \quad q_n = \frac{Q_n}{S_d Q_d + S_n F Q_n}. \quad (7.41)$$

Stabilitu prenosu q_n a q_d potom určuje stabilita výrazu $S_d Q_d + S_n F Q_n$, ktorý vystupuje ako deliteľ v menovateľoch. Môžeme potom napísať

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= \frac{A_q H}{M_1 M_2 M_1 M_2} (Y_m q_d + A_m F q_n) = \frac{A_q H}{D} \left(Y_m \frac{1 - S_n F q_n}{S_d} + A_m F q_n \right) \\ &= \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right) (Y_m + A_q F q_n), \end{aligned} \quad (7.42)$$

$$\begin{aligned} e &= \frac{A_q H}{M_1 M_2 M_1 M_2} (X_m q_d - B_m q_n) = \frac{A_q H}{D} \left(X_m \frac{1 - S_n F q_n}{S_d} - B_m q_n \right) \\ &= \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right) (X_m - B_q q_n), \end{aligned} \quad (7.43)$$

kde $D = M_1 M_2 M_1 M_2$.

Minimalizácia funkcionálu (4.22) podľa všetkých stabilných Q predstavuje minimalizáciu nasledujúceho funkcionálu v komplexnej oblasti

$$J = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} (\tilde{u}^* \varphi \tilde{u} + e^* \psi e) ds = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} (\varphi S_{\tilde{u}} + \psi S_e) ds, \quad (7.44)$$

kde $S_{\tilde{u}}$ a S_e sú spektrálne funkcie v tvare

$$\begin{aligned} S_{\tilde{u}} &= \tilde{u}^* \tilde{u} = \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right)^* \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right) (Y_m + A_q F q_n)^* (Y_m + A_q F q_n) \\ &= \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right)^* \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right) (A_q^* A_q F^* F q_n^* q_n + Y_m A_q^* F^* q_n^* + Y_m^* A_q F q_n + Y_m^* Y_m), \\ S_e &= e^* e = \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right)^* \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right) (X_m - B_q q_n)^* (X_m - B_q q_n) \\ &= \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right)^* \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right) (B_q^* B_q q_n^* q_n + X_m B_q^* q_n^* + X_m^* B_q q_n + X_m^* X_m). \end{aligned}$$

Minimum podintegrálnej funkcie (7.44) získame pomocou metódy doplnenia na štvorec

$$\begin{aligned} \varphi S_{\tilde{u}} + \psi S_e &= \\ &= \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right)^* \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right) \left((\varphi A_q^* A_q F^* F + \psi B_q^* B_q) q_n^* q_n + (\varphi Y_m A_q^* F^* - \psi X_m B_q^*) q_n^* \right. \\ &\quad \left. + (\varphi Y_m^* A_q F - \psi X_m^* B_q) q_n + \varphi Y_m^* Y_m + \psi X_m^* X_m \right). \end{aligned} \quad (7.45)$$

Uvažujme teraz prvú časť podintegrálnej funkcie obsahujúcu výraz $q_n^* q_n$

$$S_1 = \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right)^* \left(\frac{A_q H}{D S_d} \right) (\varphi A_q^* A_q F^* F + \psi B_q^* B_q) q_n^* q_n = \frac{(D_f D_c)^* (D_f D_c)}{D^* D S_d^* S_d},$$

kde stabilné polynómy D_c a D_f sú získané z rovníc spektrálnej faktorizácie (4.24) a (4.25). Doplnením na štvorec potom dostávame

$$\begin{aligned} \varphi S_{\bar{u}} + \psi S_e &= \left(\frac{D_f D_c}{D S_d} q_n + \frac{\varphi D_f A_q^* F^* Y_m}{D S_d D_c^*} - \frac{\psi D_f B_q^* X_m}{D S_d D_c^*} \right)^* \\ &\times \left(\frac{D_f D_c}{D S_d} q_n + \frac{\varphi D_f A_q^* F^* Y_m}{D S_d D_c^*} - \frac{\psi D_f B_q^* X_m}{D S_d D_c^*} \right) + y_d, \end{aligned}$$

kde y_d je zvyšok, nezávislý od q_n .

Keďže nás nezaujíma minimálna hodnota kvadratického funkcionálu (7.44), ale iba riešenie, najlepším spôsobom je výraz v zátvorke položiť rovný nule. Z tejto rovnice môže byť získané optimálne Q . Avšak, jednoduché polozenie obsahu zátvorčky rovné nule nevyrieši náš problém, pretože výsledný parameter Q nemusí byť z okruhu \mathcal{R}_{ps} . Preto, skôr ako položíme výraz v zátvorke rovný nule, môžeme upraviť druhý a tretí člen v zátvorke tak, že ho rozdelíme na dve časti

$$-\frac{\varphi D_f A_q^* F^* Y_m}{D S_d D_c^*} + \frac{\psi D_f B_q^* X_m}{D S_d D_c^*} = \frac{Q_n}{D S_d} + \frac{V^*}{D_c^*}. \quad (7.46)$$

Vynásobením s $D S_d D_c^*$ dostaneme vzťah (7.33). Z rovnice (7.46) budeme uvažovať iba prvý člen $Q_n/D S_d$, pretože druhý člen V^*/D_c^* je striktné nestabilný. Po uvedených úpravách dostávame v zátvorkách nasledujúci výraz

$$\left(\frac{D_f D_c}{D S_d} q_n - \frac{Q_n}{D S_d} \right). \quad (7.47)$$

Ak sa tento výraz rovná nule, potom dostávame q_n v tvare

$$q_n = \frac{Q_n}{D_f D_c}. \quad (7.48)$$

Pretože menovateľ je stabilný, tak q_n je zvolené správne. \square

Zostávajúca racionálna funkcia q_d je získaná z rovnice (7.40) a substitúciou q_n z rovnice (7.48) a S_n z rovnice (7.46)

$$\begin{aligned} q_d &= \frac{1}{S_d} - \frac{S_n F}{S_d} q_n = \frac{1}{S_d} - \frac{S_n F (\psi D_f B_q^* X_m - \varphi D_f A_q^* F^* Y_m - D S_d V^*)}{S_d D_f D_c D_c^*} \\ &= \frac{\varphi D_f A_q^* F^* A F + \psi D_f B_q^* B_m + S_n F D V^*}{D_f D_c D_c^*}. \end{aligned} \quad (7.49)$$

Aby racionálna funkcia q_d bola stabilná, musí byť menovateľ tiež stabilný. Toto môže byť zabezpečené iba, ak nestabilné D_c^* sa vykrátí s čitateľom (rovnica (7.34)). q_d je potom dané v tvare

$$q_d = \frac{Q_d}{D_f D_c}. \quad (7.50)$$

□

Dôsledok 7.2. Ak sú polynómy S_d a $S_n F$ nesúdeliteľné, potom dvojica diofantických rovníc (7.33), (7.34) je redukovaná na diofantickú rovnicu

$$S_d Q_d + S_n F Q_n = D_f D_c. \quad (7.51)$$

Dôkaz. Vynásobením (7.33) s $S_n F$ a (7.34) s S_d dostávame

$$D_c^* S_n F Q_n = -\varphi D_f A_q^* F^* Y_m F S_n + \psi D_f B_q^* F X_m S_n - S_d S_n F D V^*, \quad (7.52)$$

$$D_c^* S_d Q_d = \varphi D_f A_q^* F^* A_m F S_d + \psi D_f B_q^* B_m S_d + S_d S_n F D V^*. \quad (7.53)$$

Súčet predchádzajúcich dvoch rovníc je

$$D_c^* (S_d Q_d + S_n F Q_n) = \varphi D_f A_q^* F^* A_q F + \psi D_f B_q^* B_q = D_f D_c^* D_c, \quad (7.54)$$

čo zodpovedá vzťahu (7.51). □

Výsledky návrhu deterministického LQ sledovania získané klasickým a parametrizovaným prístupom sú zosumarizované v nasledujúcom dôsledku.

Dôsledok 7.3. Klasický LQ regulátor $C_c = Y_c / (F X_c)$ získaný z diofantických rovníc (4.26), (4.27) a parametrizovaný LQ regulátor $C(Q) = Y_q / (F X_q)$ získaný z rovníc (7.30), (7.35) so stabilnými polynómami D_c a D_f vypočítanými z rovníc spektrálnych faktorizácií (4.24) a (4.25) sú rovnaké.

Dôkaz. Nie je ťažké dokázať, že

$$C_c = \frac{Y_c}{F X_c} = \frac{Y_q}{F X_q} = C(Q). \quad (7.55)$$

Prenos klasického regulátora C_c môže byť získaný z rovníc (4.26) a (4.27)

$$C_c = \frac{Y_c}{F X_c} = \frac{\psi B^* D_f - A F V^*}{F(\varphi A^* F^* D_f + B V^*)}.$$

Pomocou rovníc (7.33), (7.34) a (7.35) môžeme prepísať YK parameter Q nasledujúcim spôsobom

$$Q = \frac{Q_n}{Q_d} = \frac{-\varphi D_f A_q^* F^* Y_m + \psi D_f B_q^* X_m - S_d D V^*}{\varphi D_f A_q^* F^* A_m F + \psi D_f B_q^* B_m + S_n F D V^*}. \quad (7.56)$$

Dosadením (7.56) do (7.30) dostávame

$$\begin{aligned} C(Q) &= \frac{Y_q}{F X_q} = \frac{Y_m Q_d + A_m F Q_n}{F(X_m Q_d - B_m Q_n)} = \frac{\psi B_q^* D_f D + A_q F V^* D}{F(\varphi A_q^* D_f D + B_q V^* D)} \\ &= \frac{\psi B_q^* D_f + A_q F V^*}{F(\varphi A_q^* D_f + B_q V^*)}. \end{aligned} \quad (7.57)$$

□

7.3.1 Ilustračný príklad

V tomto jednoduchom ilustračnom príklade chceme opäť ukázať výpočet LQ regulátora (klasického aj parametrizovaného).

Majme riadený systém opísaný nasledujúcou prenosovou funkciou

$$G = \frac{B}{A} = \frac{3}{5s + 1}.$$

Referenčná veličina je zvolená v tvare skokovej zmeny: $w(t) = 1(t) \Rightarrow F = s$. Rýdza prenosová funkcia spätnoväzbového klasického LQ regulátora s predkompenzátorom je v tvare

$$C = \frac{Y}{FX} = \frac{0.3333s + 0.2}{0.3333s}.$$

Potom charakteristický polynóm uzavretého regulačného obvodu je v tvare

$$M_1 M_2, \text{ kde } M_1 = M_2 = s + 1.$$

Predpokladajme, že na základe nových údajov je pomocou nového duálneho YK parametra

$$S = \frac{S_n}{S_d} = \frac{0.5}{5s + 1},$$

získaná prenosová funkcia výsledného modifikovaného systému (viď (7.27))

$$G(S) = \frac{B_s}{A_s} = \frac{25.17s + 5}{15s^2 + 7.833s + 0.9}.$$

Váhové koeficienty φ a ψ v kvadratickom funkcionáli (4.22) sú zvolené nasledovne: $\varphi = 0.7$, $\psi = 0.8$. Oba stabilné polynómy D_c a D_f sú získané zo spektrálnych faktorizácií (4.24), (4.25) v tvare

$$\begin{aligned} D_c &= 12.55s^3 + 26.63s^2 + 27.3s + 4.472, \\ D_f &= 15s^2 + 7.833s + 0.9. \end{aligned}$$

Nakoniec vypočítame klasický LQ regulátor

$$C_c = \frac{Y_c}{FX_c} = \frac{13.42s^2 + 7.006s + 0.805}{12.55s^3 + 26.63s^2 + 4.794s}$$

pre systém $G(S)$. Alternatívne, vypočítaním optimálneho YK parametra

$$Q = \frac{FQ_n}{Q_d} = \frac{-4.183s^4 - 6.916s^3 - 4.589s^2 - 0.6904s}{37.65s^4 + 92.45s^3 + 108.1s^2 + 39.83s + 4.025}$$

z rovnice (7.33) a (7.34) dostávame parametrizovaný regulátor

$$C(Q) = \frac{Y_q}{FX_q} = \frac{YM_1Q_d + AM_2FQ_n}{FXM_1Q_d - BM_2FQ_n} = \frac{13.42s^2 + 7.006s + 0.805}{12.55s^3 + 26.63s^2 + 4.794s},$$

ktorý je rovnaký ako klasický regulátor C_c .

Poznámka 7.4. Aj keď YK parameter Q je prenosová funkcia štvrtého rádu, prenosová funkcia výsledného parametrizovaného regulátora je iba tretieho rádu. Táto redukcia rádu prenosovej funkcie regulátora je spôsobená skutočnosťou, že čitateľ aj menovateľ je deliteľný polynómom D , tak ako je to ukázané v (7.57).

7.4 Záverečné poznámky

Zámerom tejto kapitoly bolo priniesť modifikované návrhy deterministického LQ sledovania. Oba návrhy sú založené na štandardnej YK parametrizácii všetkých stabilizujúcich regulátorov, t.j. riešenie spočíva v návrhu optimálneho YK parametra regulátora. Rozdiel medzi uvedenými prístupmi je v tom, že druhý prístup nevyužíva údaje o úplnom objekte riadenia, ale iba „odchýlku“ od nominálneho modelu objektu, t.j. duálny YK parameter modelu riadeného objektu.

Z porovnania so štandardným návrhom (viď ilustračné príklady) vyplýva, že výsledky sú identické, ale na výpočet parametrizovaného regulátora je potrebný väčší počet krokov. Táto nevýhoda sa však prejavuje iba v off-line návrhu. V prípade on-line návrhu (napr. adaptívne riadenie) je aplikovanie hlavne dvojitej parametrizácie výhodnejšie, pretože sa návrh robí iba pre náhradný regulačný obvod, ktorý pozostáva z duálneho YK parametra (objekt riadenia) a štandardného YK parametra (regulátor).

Kapitola 8

Experimentálny model

Jednou z dôležitých čiastkových úloh implementácie novej riadiacej štruktúry je jej otestovanie v laboratórnych podmienkach. Prvým krokom je zostaviť adekvátny model riadeného procesu, na ktorý celú riadiacu štruktúru chceme aplikovať.

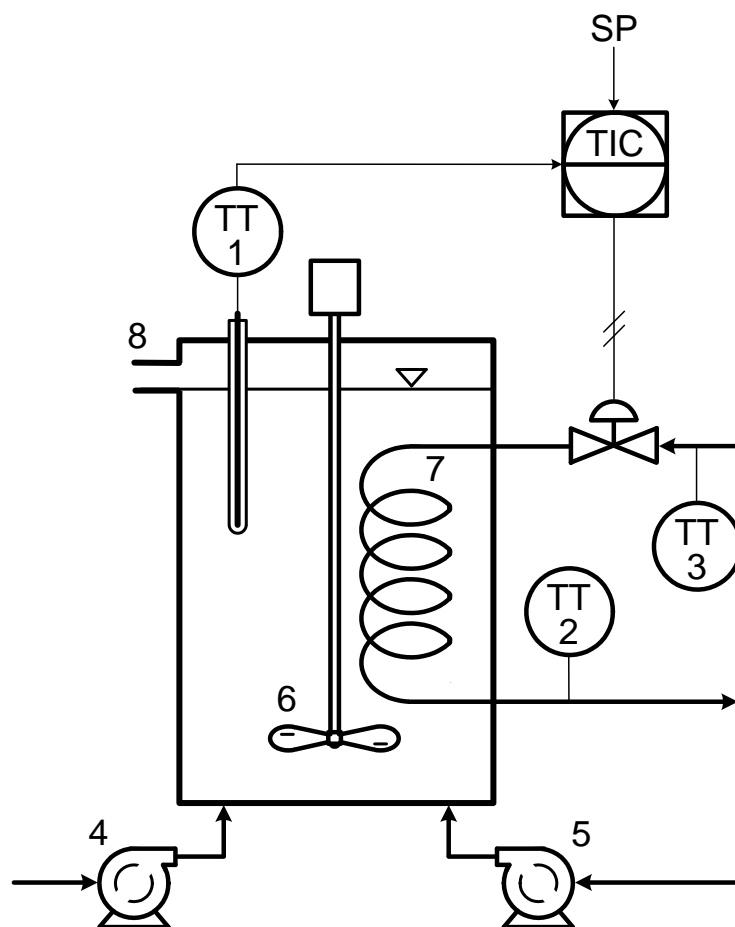
Hlavným cieľom tejto kapitoly je prezentovať systém laboratórneho chemického reaktora, ktorý bol vytvorený s cieľom odskúšať a overiť navrhnutý systém riadenia v praxi.

8.1 Konštrukcia a opis CSTR

V každom výrobnom procese, kde nastáva chemická alebo biochemická premena, sú chemické reaktory, resp. bioreaktory, v ktorých sa tieto premeny uskutočňujú, uzlovým bodom, od ktorého často závisí ekonomika celého technologického procesu. Pri navrhovaní reaktora sa obvykle sleduje cieľ efektívnej výroby vyžadovaného produktu zo zadaných zložiek pri maximálnom výkone reaktora a minimálnych prevádzkových a investičných nákladoch technologického procesu ako celku. Z hľadiska riadenia sú chemické reaktory najťažšie zvládnuteľné procesy. Toto osobitne platí pre rýchle exotermické procesy. Komplikovanosť chemického reaktora vyplýva zo skutočnosti, že okrem fyzikálnych javov, ako sú prúdenie, vedenie tepla, difúzia, prestup tepla, prebiehajú v chemických reaktoroch aj chemické javy, ktoré sú v mnohých prípadoch zložitejšie a ich poznanie je na úrovni empirických vzťahov. Z tohto dôvodu treba pri matematickom modelovaní chemických reaktorov používať mnohé zjednodušujúce predpoklady.

8.1.1 Konštrukcia CSTR

Laboratórny reaktor na obr. 8.1 s objemom asi 0.95 l, pozostáva zo sklenenej trubice uzavretej dvoma oceľovými prírubami. Chladienie reaktora je zabezpečené skleneným chladiacim hadom **7** s teplovýmennou plochou približne 0.065 m². Ako chladiaca zmes je použitá

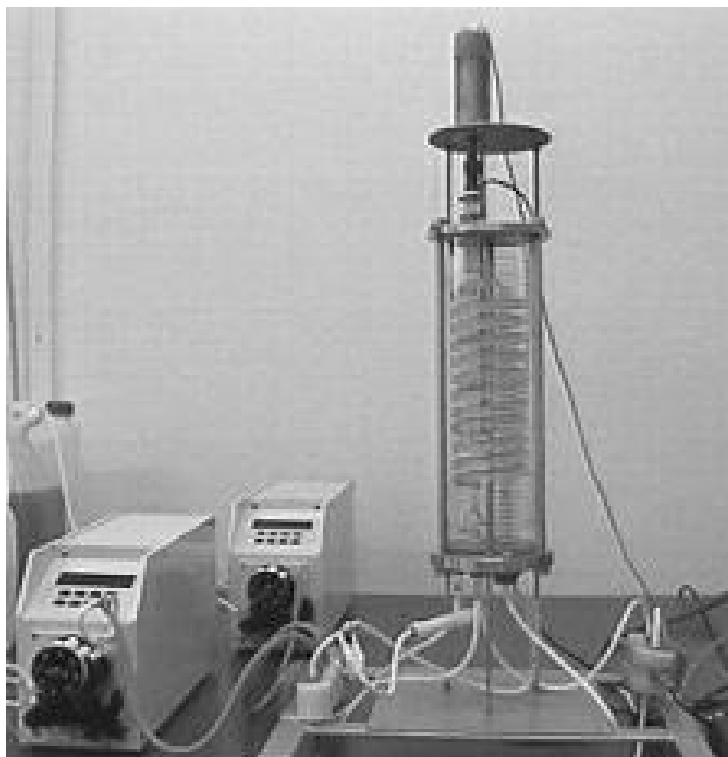


Obr. 8.1: Schéma laboratórneho prietokového chemického reaktora

voda, ktorá je prostredníctvom termostatu temperovaná na vopred určenú konštantnú teplotu. Reaktant (H_2O_2) a katalyzátor ($\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$) sú do reaktora dávkané prostredníctvom dvoch peristaltických čerpadiel 4 a 5. Miešanie reakčnej zmesi vo vnútri reaktora je zabezpečené miešadlom 6. Produkty uvedenej reakcie sú z reaktora odvádzané prostredníctvom prepádovej rúrky 8, ktorá navyše udržiava konštantnú výšku hladiny reakčnej zmesi v reaktore.

Teplota v reaktore je meraná pomocou snímača 1. Ďalej je meraná vstupná teplota 3 a výstupná teplota 2 chladiaceho média. Všetky snímače teplôt sú chránené proti korózii polyetylénovým obalom. Snímače generujú signál v rozsahu 0–10 V, ktorý je potom prevádzaný na teplotný rozsah 0–100 °C.

Riadenie reaktora je realizované prostredníctvom počítača. Komunikácia medzi počítačom a laboratórnym reaktorom je zabezpečená pomocou 12-bitovej I/O karty AD512. Programovo je riešená pomocou Real-Time Toolboxu v2.62 v prostredí MATLAB v5.2 (Simulink v3). Ďalšie informácie ohľadom použitého laboratórneho prietokového reaktora je možné nájsť v príspevku (Dzivák a kol., 1999).



Obr. 8.2: Prietokový chemický reaktor

8.2 Matematický model CSTR

Chemický reaktor na obr. 8.2 bol navrhnutý pre reakciu katalytického rozkladu roztoku peroxidu vodíka H_2O_2 na vodu H_2O a kyslík O_2 :



Ako katalyzátor je použitý roztok dvojchrómanu draselného $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$.

Reaktor je koncipovaný ako SISO systém, pričom riadenou veličinou je teplota reakčnej zmesi ϑ_r v reaktore. Riadenie uvedenej teploty je zabezpečené zmenou prietoku chladiaceho média q_c . Zmena prietoku chladiacej vody je realizovaná spojito prostredníctvom pneumatického ventilu. Vstupný signál pre prevodník pneumatického ventilu je v rozsahu 0–10 V. Aktuálny prietok chladiaceho média je vypočítaný na základe kalibračnej krivky (závislosť prietoku chladiaceho média od vstupného napätia prevodníku pneumatického ventilu). Rozsah prietoku chladiaceho média je 0–140 $\text{cm}^3 \text{min}^{-1}$.

8.2.1 Nelineárny matematický model

Pri odvodzovaní matematického modelu reaktora je nutné brať do úvahy nasledujúce zjednodušujúce predpoklady:

- Zanedbanie tepelnej kapacity steny reaktora, ktorá ohraničuje reakčnú zmes od chladiacej kvapaliny a jej tepelný odpor.
- Konštantná hustota, špecifická tepelná kapacita reakčnej zmesi, konštantný objem reakčnej zmesi v reaktore a konštantný úhrnný koeficient prechodu tepla.
- Objemový prietok reakčnej zmesi na vstupe do reaktora a na výstupe z reaktora je rovnaký a konštantný.
- Dokonalé miešanie:
 - zabezpečuje homogénnu koncentráciu peroxidu vodíka a dvojchrómanu draselného vo vnútri reaktora.
 - zabezpečuje homogénnu teplotu reakčnej zmesi.

Nelineárny dynamický matematický model laboratórneho reaktora pozostáva:

- z materiálovej bilancie H_2O_2 ($\equiv \text{A}$)

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{1}{V_r} (q_A c_{Ai} - (q_A + q_B) c_A) - v(c_A, c_B, \vartheta_r), \quad (8.2)$$

kde reakčná rýchlosť je

$$\begin{aligned} v(c_A, c_B, \vartheta_r) &= \frac{2}{1000} k (1000 c_A)^y (1000 c_B)^z e^{\frac{E(\vartheta_r - \vartheta_0)}{R\vartheta_r \vartheta_0}} \\ &= 2k 1000^{y+z-1} c_A^y c_B^z e^{\frac{E(\vartheta_r - \vartheta_0)}{R\vartheta_r \vartheta_0}}, \end{aligned}$$

koncentrácia zložky B je

$$c_B = \frac{c_{Bi} q_B}{q_A + q_B},$$

a množstvo vznikajúceho kyslíka je

$$m_{O_2} = k c_A^y c_B^z e^{\frac{E(\vartheta_r - \vartheta_0)}{R\vartheta_r \vartheta_0}} V_r M_{O_2}$$

Tabuľka 8.1: Parametre CSTR, veličiny na vstupe a v ustálenom stave

Hodnoty parametrov reaktora	
$V_r = 940 \text{ cm}^3$	$V_c = 90 \text{ cm}^3$
$c_{pr} = 4180 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$c_{pc} = 4180 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
$\rho_r = 0.001 \text{ kg cm}^{-3}$	$\rho_c = 0.001 \text{ kg cm}^{-3}$
$q_A = 15 \text{ cm}^3 \text{ min}^{-1}$	$q_B = 6 \text{ cm}^3 \text{ min}^{-1}$
$-\Delta H = 98300 \text{ J mol}^{-1}$	$E = 3.0917 \cdot 10^4 \text{ J mol}^{-1}$
$k_s = 0.007$	$k = 0.091 \text{ mol cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$
$z = 0.875$	$y = 1.641$
$A\alpha = 116.09 \text{ J min}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$\vartheta_0 = 297.65 \text{ K}$
$R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$\vartheta_{out} = 293.15 \text{ K}$
Hodnoty vstupných veličín	
$\vartheta_{ri} = 293.15 \text{ K}$	$\vartheta_{ci} = 298.15 \text{ K}$
$c_{Ai} = 2.64 \cdot 10^{-3} \text{ mol cm}^{-3}$	$c_{Bi} = 1.5297 \cdot 10^{-4} \text{ mol cm}^{-3}$
Hodnoty veličín v ustálenom stave	
$\vartheta_r^s = 303.46 \text{ K}$	$\vartheta_c^s = 303.06 \text{ K}$
$c_A^s = 1.4784 \cdot 10^{-4} \text{ mol cm}^{-3}$	

- entalpickej bilancie reakčnej zmesi

$$\begin{aligned} \frac{d\vartheta_r}{dt} = & \frac{q_A + q_B}{V_r}(\vartheta_{ri} - \vartheta_r) + \frac{1}{c_{pr}\rho_r}(-\Delta H)v(c_A, c_B, \vartheta_r) \\ & - \frac{A\alpha}{c_{pr}V_r\rho_r}(\vartheta_r - \vartheta_c) - \frac{k_s A\alpha}{c_{pr}V_r\rho_r}(\vartheta_r - \vartheta_{out}) \end{aligned} \quad (8.3)$$

- a entalpickej bilancie chladiaceho média

$$\frac{d\vartheta_c}{dt} = \frac{q_c}{V_c}(\vartheta_{ci} - \vartheta_c) + \frac{A\alpha}{c_{pc}V_c\rho_c}(\vartheta_r - \vartheta_c) \quad (8.4)$$

so začiatočnými podmienkami

$$c_A(0) = c_A^s, \quad \vartheta_r(0) = \vartheta_r^s, \quad \vartheta_c(0) = \vartheta_c^s, \quad (8.5)$$

kde význam symbolov použitých vo vzťahoch (8.2) až (8.4) bol uvedený na začiatku práce (Zoznam symbolov a skratiek). Horný index $(\cdot)^s$ označuje veličiny v ustálenom stave.

Hodnoty parametrov reaktora, veličín na vstupe a v ustálenom stave sú v tabuľke 8.1. Ďalšie informácie o chemickom reaktore je možné nájsť v prácach Dživák a kol. (1999) a Jelenčiak a kol. (1999).

Kapitola 9

Adaptívne riadenie CSTR

Deterministické LQ sledovania navrhnuté v 7. kapitole sú v tejto kapitole aplikované v adaptívnom riadení laboratórneho chemického reaktora s miešaním. Adaptívne riadenie je založené na prístupe samonastavujúcich sa regulátorov (Čirka a kol., 1999). V prvej časti je navrhnutý stabilný nominálny riadiaci obvod. Ďalej v tejto časti sú uvedené dva algoritmy adaptívneho riadenia založené na štandardnej a dvojitej YK parametrizácii. V druhej časti sú použité navrhnuté algoritmy pre riadenie simulovaného modelu chemického reaktora (Mikleš a kol., 2001, 2002a,b). V tretej časti je použitý algoritmus s dvojitou parametrizáciou pre riadenie laboratórneho chemického reaktora s miešaním (Čirka a kol., 2002d,c; Mikleš a kol., 2003).

Uvedené experimenty slúžia na overenie navrhnutých algoritmov adaptívneho riadenia, pomocou ktorých je možné pozorovať samotné regulačné vlastnosti.

9.1 Algoritmy adaptívneho riadenia

9.1.1 Nominálny riadiaci obvod

V kapitole 6.1.1 bolo uvedené, že vysoký stupeň prenosu nominálneho modelu má za následok vysoký stupeň identifikovanej prenosovej funkcie. Na základe „prvotnej“ identifikácie odchytkového nelineárneho modelu reaktora sme získali nasledujúcu prenosovú funkciu nominálneho modelu reaktora

$$G = \frac{B}{A} = \frac{-3.7}{14s + 1}. \quad (9.1)$$

Uvažujme schému nominálneho regulačného obvodu na obr. 7.1, kde obraz referenčného signálu w (žadanej hodnoty výstupu) je z triedy funkcií vyjadrených v tvare (7.2).

Na stabilizáciu nominálneho regulačného obvodu nám postačuje proporcionálny regulátor (podľa predpokladov nemusí byť ani LQ optimálny, ani minimálneho stupňa). Sledovanie žiadanej hodnoty je zabezpečené kompenzačným členom ($F = s$), ktorý je súčasťou nominálneho regulátora (výsledný prenos je teda integračný). Prenos takto zvoleného nominálneho stabilizujúceho regulátora je v tvare

$$C = \frac{Y}{FX} = \frac{-7}{s}, \quad (9.2)$$

pre ktorý charakteristický polynóm uzavretého regulačného obvodu je

$$M = 14s^2 + s + 25.9. \quad (9.3)$$

9.1.2 Parametrizovaný regulátor

Adaptívny algoritmus riadenia navrhnutého podľa podkapitoly 7.2 je realizovaný podľa schémy na obr. 9.1 v nasledujúcich krokoch:

Algoritmus 9.1

1. Predpokladaná je znalosť prenosu nominálneho modelu CSTR, stabilizovaného nominálnym regulátorom.
2. Parametre čitateľa a menovateľa modelu CSTR sú priebežne odhadované z rovnice (predikčnej chyby)

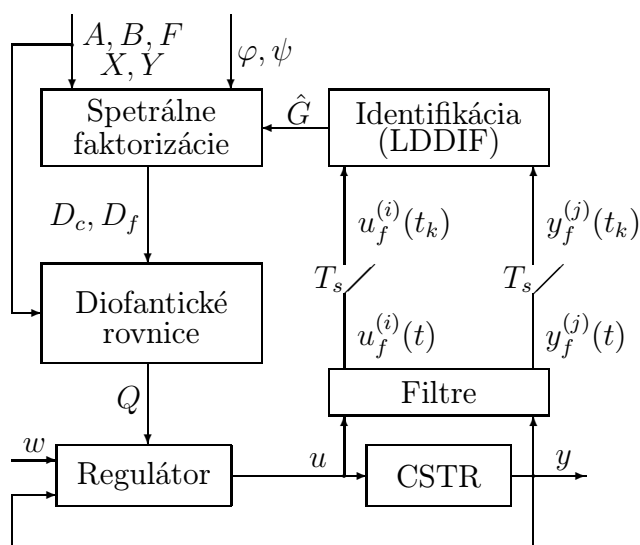
$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \hat{G}(\theta)u(t) \quad (9.4)$$

v diskretných časových intervaloch $t_k = kT_s$ s periódou vzorkovania T_s . Na identifikáciu je použitá modifikovaná metóda rekurzívnej identifikácie s exponenciálnym a smerovým zabúdaním LDDIF, opísaná v (Čirka a Fikar, 2000).

3. Stabilné polynómy D_f a D_c sú získané zo spektrálnych faktorizácií (4.24) a (4.25).
4. YK parameter Q je obnovený na základe riešenia diofantickej rovnice (7.12).
5. Celý cyklus sa opakuje od 2. kroku.

9.1.3 Parametrizovaný regulátor a model CSTR

Adaptívny algoritmus riadenia navrhnutého podľa podkapitoly 7.3 je realizovaný podľa schémy na obr. 9.2 v nasledujúcich krokoch:



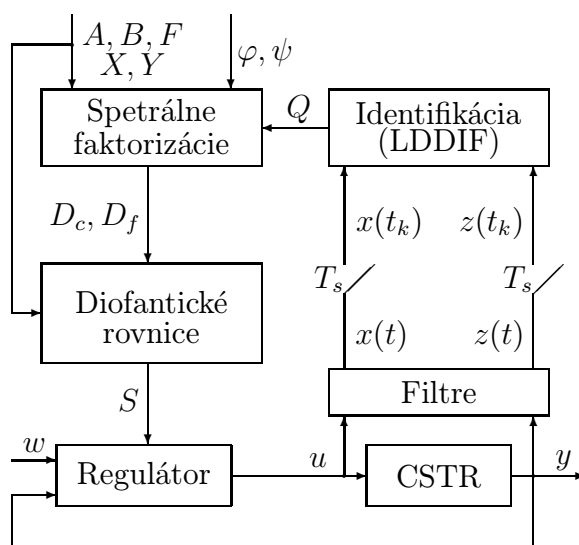
Obr. 9.1: Schéma adaptívneho riadenia CSTR

Algoritmus 9.2

1. Predpokladaná je znalosť prenosu nominálneho modelu CSTR, stabilizovaného nominálnym regulátorom.
2. Pomocné signály $x(t)$ a $z(t)$ sú získané filtráciou signálov $u(t)$ a $y(t)$ (filtre sú definované v rovniciach (6.7) a (6.8)), ktoré v tomto prípade predstavujú odchýlky od ustálených hodnôt $u^s(t)$ a $y^s(t)$.
3. Duálny YK parameter S je priebežne odhadovaný z rovnice (6.10) v diskretných časových intervaloch $t_k = kT_s$ s periódou vzorkovania T_s . Na identifikáciu je použitá modifikovaná metóda rekurzívnej identifikácie s exponenciálnym a smerovým zabúdaním LDDIF, opísaná v (Čirka a Fikar, 2000).
4. Stabilné polynómy D_f a D_c sú získané zo spektrálnych faktorizácií (4.24) a (4.25).
5. YK parameter Q je obnovený na základe riešenia diofantických rovníc (7.33) a (7.34).
6. Celý cyklus sa opakuje od 2. kroku.

9.2 Simulačné výsledky

Vo všetkých simuláciách sú pre riadenie uvedeného chemického reaktora uvažované nasledovné parametre:



Obr. 9.2: Schéma adaptívneho riadenia CSTR

Tabuľka 9.1: Skokové zmeny žiadanej teploty v reaktore

skok č.	1	2	3	4	5
čas [min]	0	100	200	300	400
teplota [K]	304.65	306.65	305.65	307.15	306.15

- váhové koeficienty pri kvadrátoch regulačnej odchýlky a derivácie akčnej veličiny sú: $\varphi = 10$ a $\psi = 0.1$;
- nominálny regulátor a nominálny model chemického reaktora sú v tvare (9.1), resp. (9.2);
- žiadané hodnoty teploty reakčnej zmesi na výstupe chemického reaktora sú v tvare skokových zmien definovaných v tab. 9.1;
- duálny YK parameter je identifikovaný v tvare $S = s_0$.

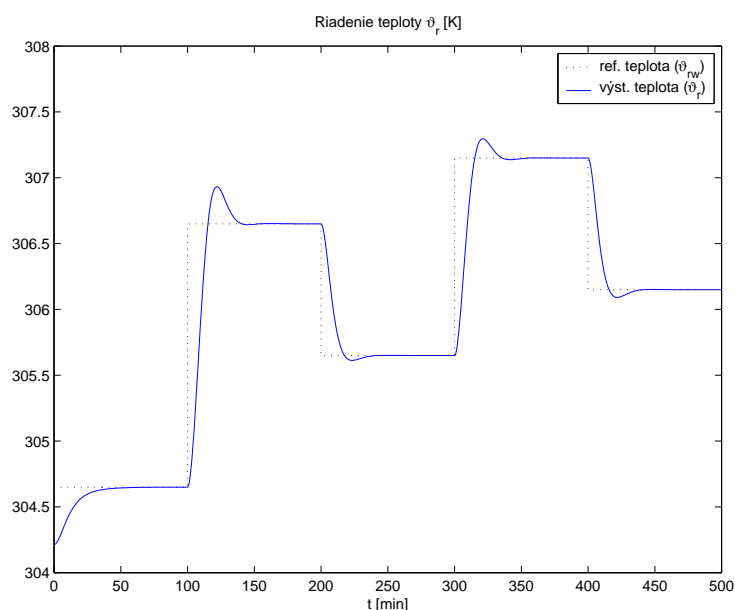
Simulácia č.1

Na simuláciu adaptívneho „klasického – polynomického“ LQ riadenia je použitá syntéza regulátora podľa podkapitoly 4.2.1. Využíva adaptívny algoritmus 9.1, v ktorom v 4. kroku nie je počítaný štandardný YK parameter, ale prenosová funkcia *úplného* optimálneho regulátora na základe diofantickej rovnice (4.28). Pribeh simulovaného riadenia je zobrazený na obr. 9.3. Pribeh identifikácie parametrov modelu chemického reaktora a akčného zásahu

je možné vidieť na obr. 9.4. Model reaktora je identifikovaný v tvare

$$G = \frac{b_0}{a_1 s + a_0}. \quad (9.5)$$

Štruktúra identifikovaného modelu chemického reaktora (prenosová funkcia 1. stupňa) je zvolená na základe prechodových charakteristík uvedených v Jelenčiak a kol. (1999). Prechodové charakteristiky (nelineárneho modelu 3. stupňa) majú totiž inflexný bod v blízkosti počiatku súradnicovej sústavy, čím sa veľmi podobajú prechodovým charakteristikám 1. stupňa.

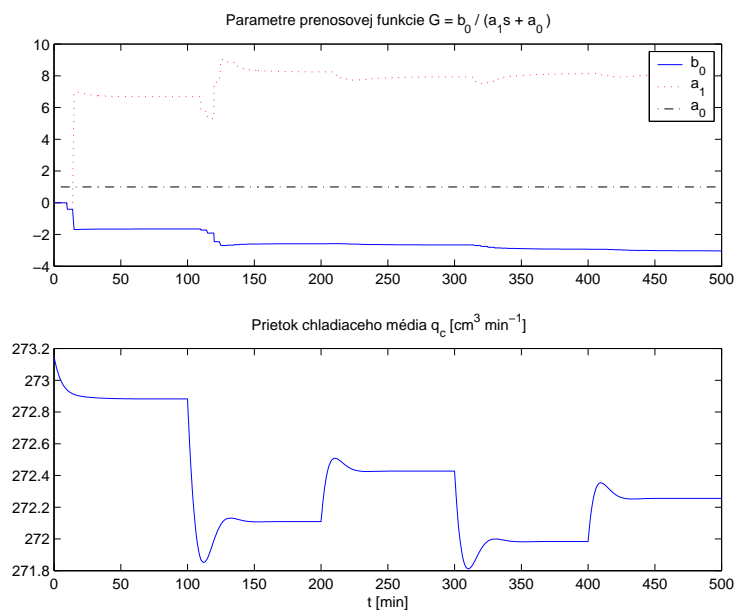


Obr. 9.3: Simulácia riadenia teploty klasickým regulátorom

Simulácia č.2

V tomto príklade je opäť na simuláciu adaptívneho LQ riadenia použitý algoritmus 9.1. Zmena oproti predchádzajúcej simulácii spočíva v 4. kroku, kde sa neobnovujú všetky parametre regulátora (ako v simulácii č.1), ale iba suboptimálny YK parameter regulátora. Výsledky riadenia sú zobrazené na obr. 9.5. Na obr. 9.6 sú vykreslené priebehy identifikácie parametrov modelu chemického reaktora a akčného zásahu. Porovnaním obr. 9.5 s obr. 9.3, resp. obr. 9.6 s obr. 9.4 je možné zistiť, že uvedené priebehy sú zhodné. Dôvodom tejto zhody sú nasledujúce skutočnosti:

- identifikujeme prenosovú funkciu modelu reaktora s rovnakou štruktúrou (rovnica (9.5));



Obr. 9.4: Priebeh identifikácie modelu reaktora a akčnej veličiny

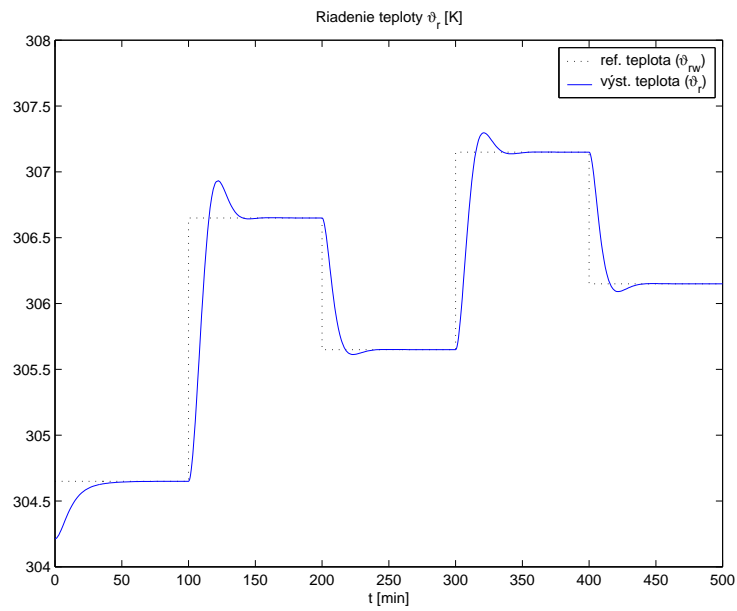
- podľa dôsledku 7.1 sú regulátory získané oboma metódami identické.

Simulácia č.3

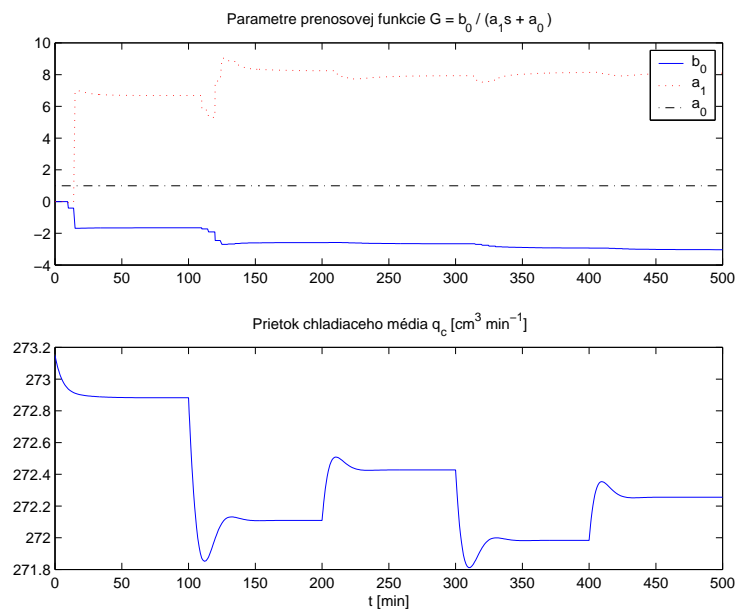
V poslednom príklade je na simuláciu adaptívneho LQ riadenia použitý algoritmus 9.2. Výsledky riadenia sú graficky prezentované prostredníctvom obr. 9.7. Na obr. 9.8 je vykreslený priebeh identifikácie duálneho YK parametra modelu chemického reaktora a akčného zásahu. Štruktúra identifikovaného duálneho YK parametra modelu chemického reaktora je zvolená v tvare $S = s_0$. V tomto prípade nemusíme v každom kroku identifikácie overovať, či parameter S patrí do okruhu \mathcal{R}_{ps} , pretože podľa algebraickej teórie všetky konštanty sú jednotkami v okruhu \mathcal{R}_{ps} . Na začiatku riadenia (v adaptačnej fáze) je použitý regulátor pre $Q = 0.2$. Na obr. 9.9 je zobrazené porovnanie riadenia teploty v prípade simulácie č.1 a simulácie č.3. Medzi uvedenými priebehmi sú iba minimálne rozdiely. Z toho vyplýva, že adaptívne riadenie s využitím dvojitej YK parametrizácie je „ekvivalentné“ s klasickému (polynomickému) adaptívnemu riadeniu (Dostál a kol., 1994).

9.3 Experimentálne výsledky

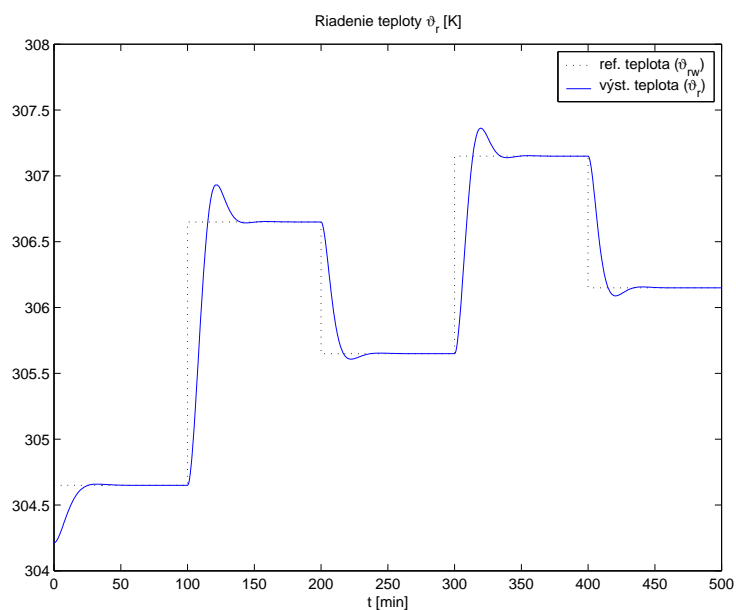
Táto časť prináša praktickú implementáciu navrhovanej stratégie adaptívneho riadenia. Ako riadený systém je opäť použitý laboratórny model prietokového chemického reaktora



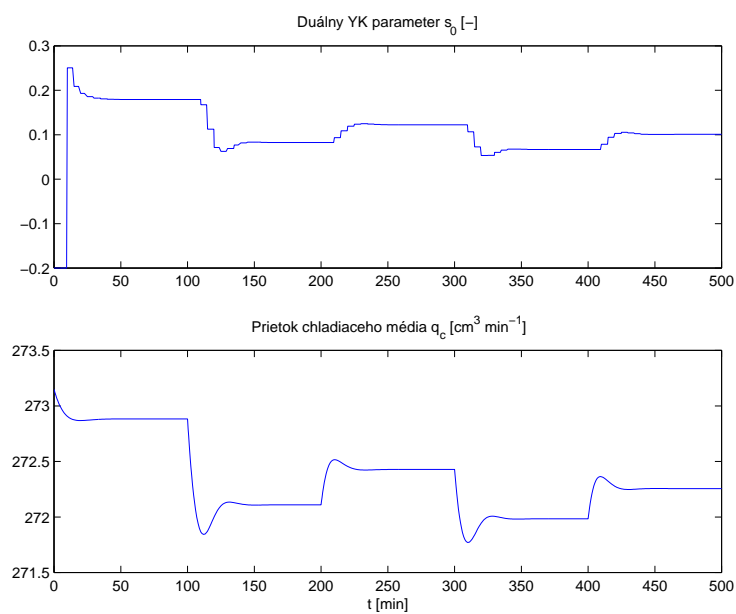
Obr. 9.5: Simulácia riadenia teploty parametrizovaným regulátorom



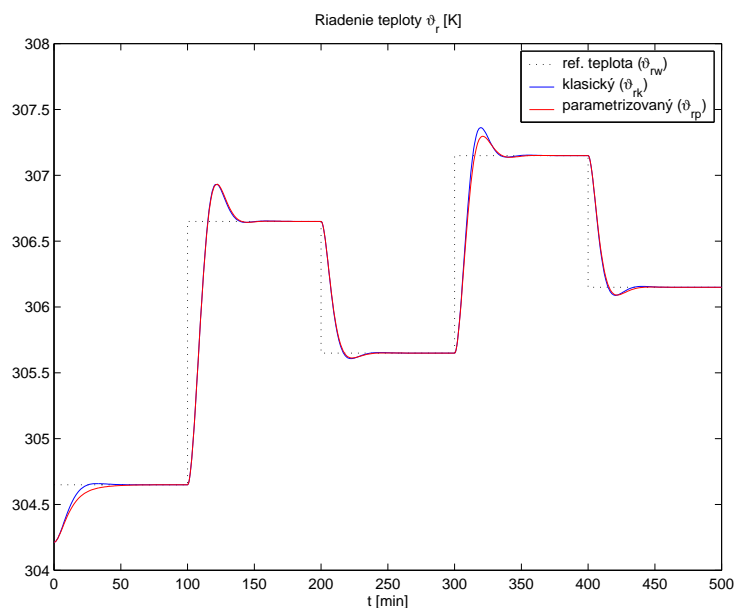
Obr. 9.6: Priebeh identifikácie modelu reaktora a akčnej veličiny



Obr. 9.7: Simulácia riadenia teploty s využitím dvojitej parametrizácie



Obr. 9.8: Priebeh identifikácie duálneho YK parametra modelu reaktora a akčnej veličiny



Obr. 9.9: Porovnanie riadenia teploty v prípade simulácie č.1 a č.3

Tabuľka 9.2: Skokové zmeny žiadanej teploty v reaktore

skok č.	1	2
čas [min]	0	90
teplota [K]	306.16	302.16

s miešaním a pre samotné riadenie je zvolený algoritmus 9.2. Nominálny regulátor a nominálny model chemického reaktora sú opäť v tvare (9.1), resp. (9.2) a duálny YK parameter je identifikovaný v tvare $S = s_0$. Žiadané hodnoty teploty reakčnej zmesi na výstupe chemického reaktora sú v tvare skokových zmien definovaných v tab. 9.2.

Akčná veličina je obmedzená intervalom $0 < u \leq 140 \text{ cm}^3 \text{ min}^{-1}$. Obr. 9.10 a 9.11 zobrazujú časové priebehy teploty v reaktore, prietoku chladiacej zmesi a duálneho YK parametra pre rôzne hodnoty parametra ψ (za účelom prehľadnosti sú zobrazené len pre tri hodnoty váhového koeficienta ψ). Keďže táto práca sa nevenuje otázke obmedzení akčného zásahu, váhový koeficient $\psi = 0.03$ ($\varphi = 1$) je zvolený na základe kompromisu. Rozhodujúcim kritériom bola doba regulácie a hodnota prietoku chladiacej vody vzhľadom k reálnym ohraničeniam.

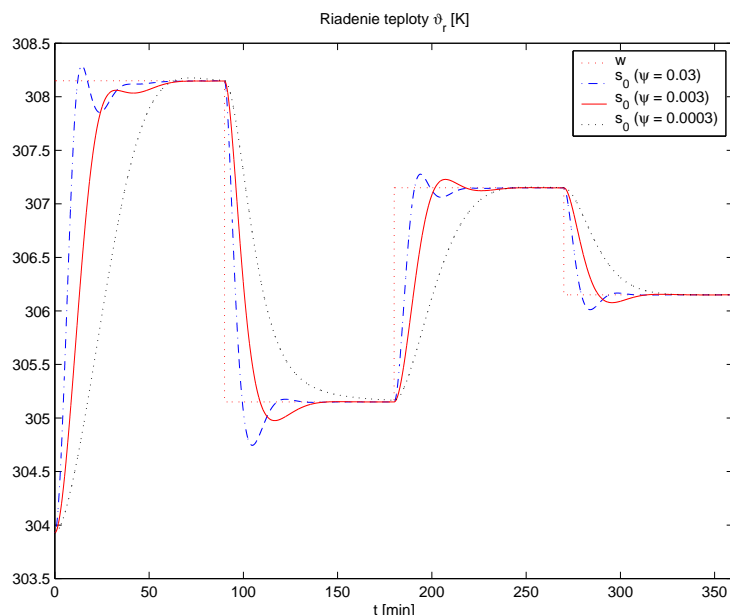
Riadenie reaktora je realizované prostredníctvom počítača. Komunikácia medzi počítačom a laboratórnym reaktorom je zabezpečená pomocou 12-bitovej I/O karty AD512. Programovo je riešená pomocou Real-Time Toolboxu v2.62 v prostredí MATLAB v5.2 (Simulink v3).

Zvolená perióda vzorkovania signálov pri reálnom riadení $T_v = 1$ s dokáže dostatočne rýchlo reagovať na zmeny v reaktore a zároveň nevyžaduje extrémne požiadavky na hardverové vybavenie. Perióda vzorkovania pre identifikáciu mala hodnotu $T_s = 2$ min.

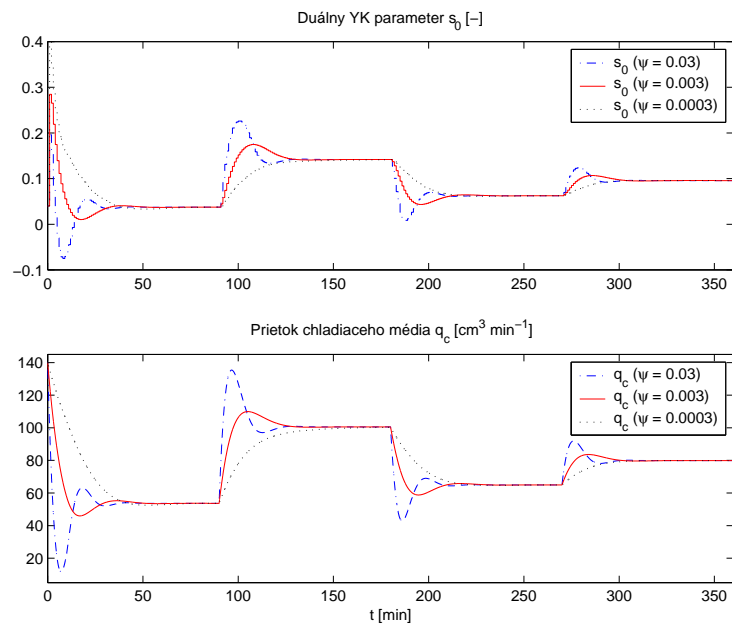
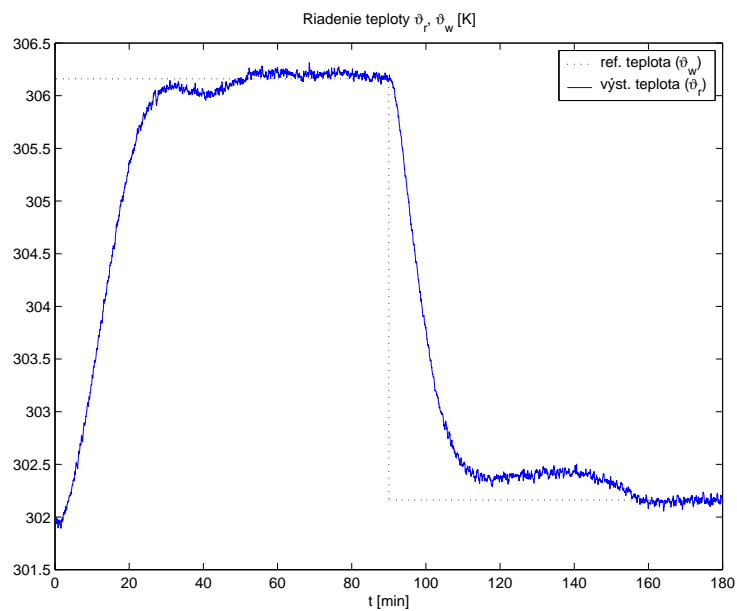
Obr. 9.12 a 9.13 zobrazujú namerané časové priebehy teploty v reaktore a prietoku chladiaceho média pri adaptívnom riadení laboratórneho chemického reaktora. Obr. 9.14 je doplnujúcim grafom, ktorý zobrazuje časový priebeh identifikácie duálneho YK parametra a teploty chladiacej vody na vstupe do reaktora.

Priebehy experimentálneho riadenia sme na záver porovnali s priebehmi simulovaného riadenia. Toto porovnanie je iba ilustračné, pretože podmienky pri experimente sa nedajú presne zabezpečiť pri simulácii (nepresnosť matematického modelu z dôvodu zjednodušenia, nekonztantná teplota okolia a chladiaceho média, atď.). Napriek týmto skutočnostiam možno poznamenať, že odchýlka medzi priebehmi riadenia zobrazenými na obr. 9.15 a 9.16 nie je „veľká“.

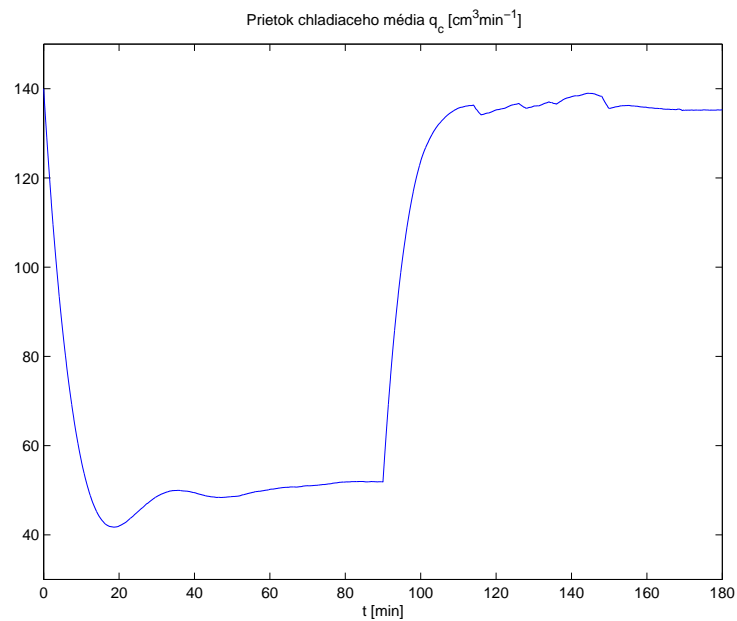
Hlavný dôvod rozdielov v priebehoch riadenia (najmä v závere) môžeme nájsť v priebehu identifikácie (obr. 9.14, resp. obr. 9.16). Ak si pozorne prezrieme graf teploty chladiacej vody na vstupe do chladiča reaktora (obr. 9.14, resp. obr. 9.16), zistíme, že identifikácia „sa odchyľila“ vplyvom nárastu teploty chladiaceho média nad hodnotu pri simulácii, t.j. 298.16 K. Po poklese teploty pod hodnotu 298.16 K, duálny YK parameter „už kmital“ okolo hodnoty pri simulácii. Toto kmitanie má podľa nás charakter exponenciálneho tlmenia kmitania, to znamená, že časom by sa ustálil na konštantnej hodnote. Opodstatnenosť tohto tvrdenia však môže ukázať iba ďalší experiment na laboratórnom chemickom reaktore.



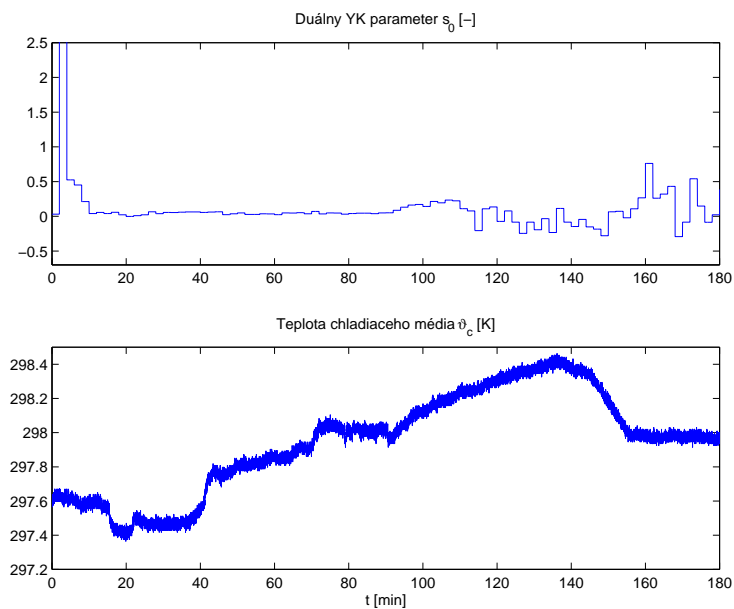
Obr. 9.10: Priebeh riadenia teploty pre rôzne ψ

Obr. 9.11: Priebeh identifikácie a akčnej veličiny pre rôzne ψ 

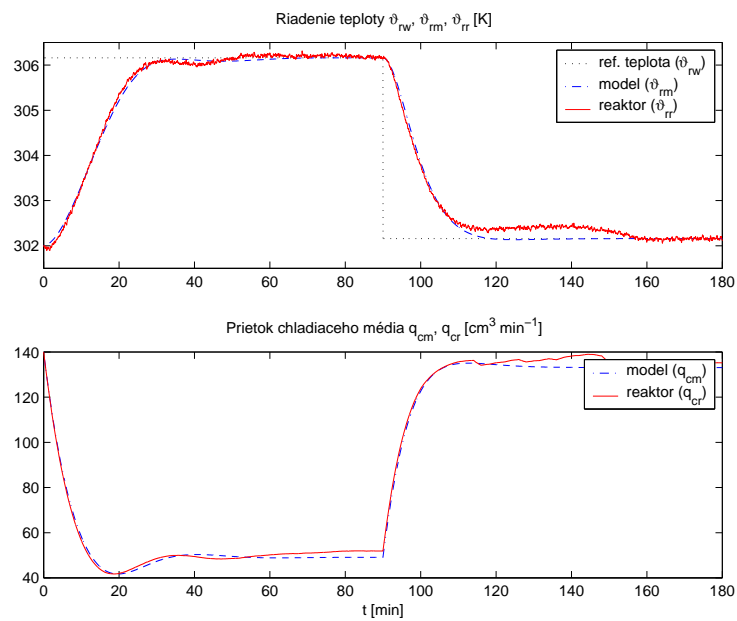
Obr. 9.12: Priebeh riadenia teploty laboratórneho reaktora



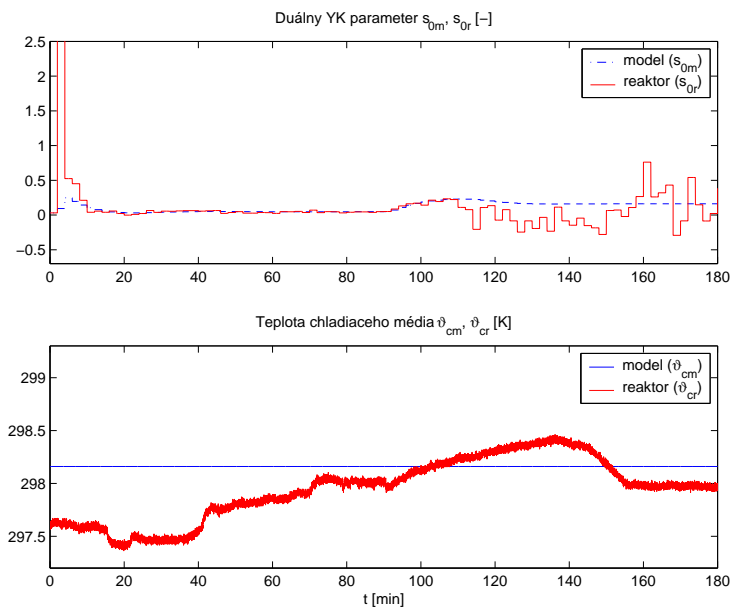
Obr. 9.13: Priebeh akčnej veličiny (prietok chladiaceho média)



Obr. 9.14: Priebeh identifikácie YK parametra modelu reaktora



Obr. 9.15: Porovnanie priebehov riadenia teploty a akčnej veličiny



Obr. 9.16: Porovnanie priebehov identifikácie a teploty chladiaceho média

Kapitola 10

Záver a perspektívy

V predloženej práci sú uvedené dva návrhy modifikovaného nekonvenčného suboptimálneho riadenia s využitím štandardnej a dvojitej YK parametrizácie. Navrhnuté koncepcie v sebe zahŕňajú nové postupy v syntéze regulátorov pre adaptívne riadenie. Z dosiahnutých výsledkov pri adaptívnom riadení simulovaného systému (nelineárny model chemického reaktora) ako aj reálneho laboratórneho modelu je zrejmé, že tento prístup je ekvivalentný klasickému prístupu. V klasickom adaptívnom algoritme, založenom na prístupe samonastavujúcich sa regulátorov je nevyhnutné identifikovať prenosovú funkciu *úplného* objektu riadenia, na základe ktorej sa adaptuje prenosová funkcia *úplného* regulátora. V tejto práci sme sa zamerali na identifikáciu prenosovej funkcie *odchýlky* objektu od jeho nominálneho modelu (Hansen, 1989; Hansen a kol., 1989), ktorej štruktúra je nižšieho stupňa ako prenosová funkcia úplného modelu objektu. Uvedená skutočnosť môže mať veľký význam hlavne v adaptívnom riadení mnohorozmerových objektov, pretože znižuje počet identifikovaných parametrov. Ďalšia výhoda tejto identifikácie spočíva v spojení so štandardnou parametrizáciou všetkých stabilizujúcich regulátorov Tay a kol. (1989), ktorá umožňuje adaptovať iba „časť regulátora“.

Najvýznamnejšie prínosy predloženej práce je možné zhrnúť v nasledujúcich bodoch:

- zhrnutie a prehľad problémov optimálneho riadenia založeného na dvojitej parametrizácii;
- detailné odvodenie návrhu zákona deterministického suboptimálneho sledovania s využitím štandardnej YK parametrizácie;
- detailné odvodenie návrhu zákona deterministického suboptimálneho sledovania s využitím dvojitej YK parametrizácie;
- zostavenie adaptívnych algoritmov zodpovedajúcich navrhnutým stratégiám riadenia;
- spojenie identifikačnej metódy s vypracovanými syntézami riadenia umožnilo vytvoriť samonastavujúce sa regulátory vhodné aj pre riadenie nelineárnych systémov;

- programová realizácia algoritmov v prostredí MATLAB/Simulink (programové vybavenie je k dispozícii na internetovej stránke: <http://www.ka.chtf.stuba.sk/cirka/phd>);
- programová realizácia algoritmu identifikácie v prostredí MATLAB/Simulink (programové vybavenie IDTOOL je k dispozícii na internetovej stránke: <http://www.ka.chtf.stuba.sk/cirka/idtool>);
- praktická implementácia a overenie vlastností navrhnutých algoritmov pre adaptívne riadenie teploty reakčnej zmesi v chemickom prietokovom reaktore s miešaním;
- výsledky kapitoly 9 boli akceptované na IFAC konferenciu ADCHEM (Hong Kong, 2003) vo forme prednášky a boli odporúčané na publikovanie v časopise Control Engineering Practice.

Otvorenou otázkou naďalej zostáva možnosť návrhu a aplikácie uvedeného algoritmu v prípade 2DoF, resp. $2\frac{1}{2}$ DoF štruktúry a mnohorozmerových regulátorov. Taktiež sme sa v tejto práci nezaoberali otázkou obmedzení akčných zásahov a návrhu váhových koeficientov, ktorými môžeme zvýšiť robustnosť regulátora. Záverom je možné konštatovať, že obsah predloženej práce, spracované návrhy a výsledky v primeranej miere splnili vopred stanovené ciele a určitým spôsobom vyplnili niektoré medzery týkajúce sa využitia dvojitej parametrizácie v adaptívnom riadení na báze samonastavujúcich sa regulátorov.

Publikácie autora

Časopisecké publikácie

1997:

1. Mikleš, J., **Čirka, Ľ.** a Kožka, Š. Identifikácia systémov v uzavretom obvode. *AT&P Journal*, (10), 51–52, 1997b.

1998:

2. Mikleš, J., **Čirka, Ľ.** a Kožka, Š. Identifikácia v uzavretom obvode a adaptívne riadenie. *AT&P Journal*, (11), 58–59, 1998d.
3. Mikleš, J., Kožka, Š. a **Čirka, Ľ.** LQ regulátory s integračnou činnosťou. *AT&P Journal*, (11), 50–51, 1998e.

1999:

4. **Čirka, Ľ.**, Mikleš, J. a Kožka, Š. Adaptívne riadenie s využitím parametrizovaných modelov. *AT&P Journal*, (3), 54–55, 1999a.
5. Mikleš, J., **Čirka, Ľ.** a Kožka, Š. PID Controller and LQ Control Design. *Selected Topics in Modelling and Control*, 2, 19–23, 1999b.

2000:

6. Mikleš, J., **Čirka, Ľ.** a Kvasnica, M. Návrh PI LQ regulátora pomocou statickej spätnej väzby. *AT&P Journal*, 7(10), 54–55, 2000b.

2001:

7. Mikleš, J., **Čirka, Ľ.** a Fikar, M. Adaptívne LQ riadenie CSTR s využitím YK parametrizácie regulátora a objektu. *AT&P Journal*, (11), 57–59, 2001.

2002:

8. **Čirka, Ľ.**, Mikleš, J. a Fikar, M. A Deterministic LQ Tracking Problem: Parametrisation of the Controller. *Kybernetika*, 38(4), 469–478, 2002e.

9. Čirka, Ľ., Fikar, M. a Mikleš, J. A Deterministic LQ Tracking Problem: Parametrisation of the Controller and the Plant. *Journal of Electrical Engineering*, 53(5–6), 126–131, 2002a.
10. Čirka, Ľ., Mikleš, J., Fikar, M. a Jančich, J. Využitie YK parametrizácie v adaptívnom LQ riadení laboratórneho chemického reaktora. *AT&P Journal*, (11), 82–83, 2002c.
11. Čirka, Ľ., Mikleš, J. a Fikar, M. A Deterministic LQ Tracking Problem: Parametrisation of the Controller. *Selected Topics in Modelling and Control*, 3, 33–37, 2002f.
12. Čirka, Ľ., Fikar, M. a Mikleš, J. A Deterministic LQ Tracking Problem: Parametrisation of the Controller and the Plant. *Selected Topics in Modelling and Control*, 3, 38–44, 2002b.

Konferenčné príspevky

1997:

1. Čirka, Ľ., Mikleš, J. a Kožka, Š. Fractional Representation Approach to Closed-loop System Identification. V *Preprints of 11th Conf. Process Control'97, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 1, strany 111–115. 1997.
2. Kožka, Š., Mikleš, J. a Čirka, Ľ. Identification of a Chemical Reactor From Closed-loop Experimental Data. V *Preprints of 11th Conf. Process Control'97, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 1, strany 102–106. 1997.
3. Mikleš, J., Seč, A. a Čirka, Ľ. Continuous-time Direct Adaptive Control. V *Preprints of 11th Conf. Process Control'97, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 1, strany 249–252. 1997d.
4. Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Ondrovičová, M. Closed-loop System Identification. V *Preprints of 11th Conf. Process Control'97, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 1, strany 107–110. 1997c.
5. Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Kožka, Š. Control-oriented Process Identification. V *Proceedings of 24th Conference SSCHI, Častá – Papiernička*, strany 621–624. 1997a.

1998:

6. Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Kožka, Š. Closed-loop Identification and Adaptive Control. V *Proceedings of the 13th International Conference on Automation in Mining ICAMS'98 and 13th International Conference on Process Control and Signals ASRTP'98, High Tatras, Slovakia*, strany 419–422. 1998a.

7. Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Kožka, Š. Closed-loop Identification with Application to a Chemical Reactor. V *IFAC Symposium Dynamics and Control of Process Systems – 5th DYCOPS, Corfu, Greece*, strany 233–238. 1998b.
8. Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Kožka, Š. Closed-loop System Identification. V *Proceedings of the 3rd International Scientific – Technical Conference, Kouty nad Desnou, Czech Republic*, diel 1, strany 259–262. University of Pardubice, 1998c.

1999:

9. Čirka, Ľ., Mikleš, J. a Kožka, Š. Enhancement of Controllers via Adaptive Q -feedback. V *Preprints of 12th Conf. Process Control'99, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 1, strany 273–275. 1999b.
10. Čirka, Ľ., Mikleš, J. a Kožka, Š. Relationship Between Reactor Uncertainties and Feedback Controller. V *Proceedings of 26th Conference SSCHI, Jasná - Demänovská dolina*, strana CD ROM P37. 1999c.
11. Čirka, Ľ., Mikleš, J., Seč, A. a Kožka, Š. Náplňová rektifikačná kolóna - Programové vybavenie. V *Preprints of 12th Conf. Process Control'99, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 2, strany 149–151. 1999d.
12. Kožka, Š., Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Jelenčiak, F. Identification of Chemical Reactor in Closed-Loop. V *Proceedings of 26th Conference SSCHI, Jasná - Demänovská dolina*, strana CD ROM P36. 1999a.
13. Kožka, Š., Mikleš, J. a Čirka, Ľ. Identification of Chemical Reactor via a Dual Youla-Kučera Parametrization. V *Preprints of 12th Conf. Process Control'99, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 1, strany 91–94. 1999b.
14. Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Kožka, Š. PID Controller and LQ Control Design. V *Preprints of 12th Conf. Process Control'99, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 1, strany 60–64. 1999a.
15. Mikleš, J., Kožka, Š. a Čirka, Ľ. Closed-loop Identification in a Dual Youla-Kučera Parametrization. V *Preprints of 12th Conf. Process Control'99, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 1, strany 161–164. 1999c.
16. Seč, A., Čirka, Ľ. a Andrášik, A. Náplňová rektifikačná kolóna - matematický model. V *Preprints of 12th Conf. Process Control'99, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 2, strany 141–144. 1999a.
17. Seč, A., Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Kožka, Š. Náplňová rektifikačná kolóna - konštrukčná časť. V *Preprints of 12th Conf. Process Control'99, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 2, strany 145–148. 1999b.

2000:

18. Čirka, Ľ. a Fikar, M. IDTOOL – A Dynamical System Identification Toolbox for MATLAB. V *Proceedings of the 4th International Scientific – Technical Conference, Kouty nad Desnou, Czech Republic*, strana CD ROM RIP149.2. 2000.
19. Mikleš, J., Kožka, Š. a Čirka, Ľ. PID Controller and LQ Control Design. V *Preprints of the IFAC Workshop on Digital Control. Past, present and future of PID Control. Terrassa, Spain*, strany 315–319. 2000c.
20. Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Kvasnica, M. Design of a Controller by Static Output Feedback. V *Proceedings of International Carpathian Control Conference. High Tatras - Podbanské, Slovak Republic*, strany 459–462. TU BERG Faculty, Košice, 2000a.
21. Seč, A. a Čirka, Ľ. Batch Filled Distillation Column. V *Proceedings of the 4th International Scientific – Technical Conference, Kouty nad Desnou, Czech Republic*, strana CD ROM RIP222. 2000.

2001:

22. Čirka, Ľ., Mikleš, J. a Fikar, M. A Deterministic LQ Tracking Problem: Parametrisation of the Controller. V *Preprints of 13th Conference Process Control'01, Štrbské Pleso, Slovakia*, strana CD ROM 303. 2001b.
23. Čirka, Ľ., Fikar, M. a Mikleš, J. A Deterministic LQ Tracking Problem: Parametrisation of the Controller and the Plant. V *Preprints of 13th Conference Process Control'01, Štrbské Pleso, Slovakia*, strana CD ROM 304. 2001a.
24. Kvasnica, M. a Čirka, Ľ. Usage of μ Lab in Education of Automatic Control. V *Preprints of 13th Conference Process Control'01, Štrbské Pleso, Slovakia*, strana CD ROM 315. 2001.

2002:

25. Čirka, Ľ., Mikleš, J., Fikar, M. a Jančich, J. Youla–Kučera Parameterisation in Adaptive LQ Control of a Laboratory Reactor. V *Zborník abstraktov z Medzinárodnej konferencie "Kybernetika a informatika", Trebišov, SR*, strany 55–56. 2002d.
26. Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Fikar, M. Adaptive LQ Control of a CSTR via YK Parametrisation of the Controller and the Plant Model. V *Proceedings of the 5th International Scientific – Technical Conference, Kouty nad Desnou, Czech Republic*, strana CD ROM RIP115. 2002a.
27. Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Fikar, M. Closed – Loop Identification of a CSTR. V *Proceedings of 29th Conference SSCHI, Tatranské Matliare, Slovakia*. 2002b.

2003:

28. Mikleš, J., **Čirka, Ľ.** a Fikar, M. \mathcal{H}_2 Optimal Control of a Chemical Reactor. V *11th Mediterranean Conference on Control and Automation MED'03, Rodos Palace Hotel, Rhodes, Greece.* (prijaté ako prednáška). 2003a.
29. Mikleš, J., **Čirka, Ľ.** a Fikar, M. Youla–Kučera Parametrisation in Self–tuning LQ Control of a Chemical Reactor. V *International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes - ADCHEM'03, Hong Kong.* (prijaté ako prednáška). 2003b.
30. Svetíková, M., Annus, J., **Čirka, Ľ.** a Fikar, M. Real Time Control of a Laboratory Fan Heater Using dSPACE Tools. V *Preprints of 14th Conference Process Control'03, Štrbské Pleso, Slovakia,* strana CD ROM 211. 2003.

Knihy**2003:**

1. Bakošová, M., Fikar, M. a **Čirka, Ľ.** *Základy automatizácie: Laboratórne cvičenia zo základov automatizácie.* Vydavateľstvo STU v Bratislave, 2003.

Technické správy**1998:**

1. **Čirka, Ľ.** a Fikar, M. Identification Tool for Simulink. Technical report KAMF9803, Department of Process Control, FCT STU, Bratislava, Slovakia, 1998.

Literatúra

- Åström, K. J. a Wittenmark, B. On Self-Tuning Regulators. *Automatica*, 9, 185 – 199, 1973.
- Åström, K. J. a Wittenmark, B. *Computer controlled systems*. Prentice Hall Inc., New Jersey, 1984.
- Åström, K. J. a Wittenmark, B. *Adaptive Control*. Addison Wesley, 1989.
- Åström, K. J. *Introduction to Stochastic Control Theory*. Academic Press, New York, 1970.
- Åström, K. J. Adaptive Feedback Control. *IEEE Proc.*, 75(2), 185–217, 1987.
- Anderson, B. D. O., De Bruyne, F. D. a Gevers, M. Computing LQG plant and controller perturbations. V *Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control*, strany 1439–1444. 1994.
- Anderson, B. D. O. a Kosut, R. L. Adaptive Robust Control: On-line Learning. V *Proc. 30th IEEE Conf. Decision and Control*, strany 297–298. Brighton, UK, 1991.
- Anderson, B. D. O. a Moore, J. B. *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1990.
- Anderson, B. D. O. From Youla-Kučera to Identification, Adaptive and Nonlinear Control. *Automatica*, 34(12), 1485–1506, 1998.
- Arnold, W. F. a Laub, A. J. Generalized Eigenproblem algorithms and software for algebraic Riccati Equations. V *Proceedings of the IEEE*, diel 72, strany 1746–1754. 1984.
- Athans, M. A. Editorial on the LQG Problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(6), 528, 1971a.
- Athans, M. A. The Role and Use of the Stochastic Linear-Quadratic-Gaussian Problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(6), 529–552, 1971b.
- Bierman, G. J. *Faktorization Methods For Discrete Sequential Estimation*. Academic Press, New York, 1977.

- Bittanti, S., Bolzern, P. a Campi, M. Exponential convergence of a modified directional forgetting identification algorithm. *Systems & Control Letters*, 14, 131–137, 1990.
- Boyd, S. P. a Barrett, C. H. *Linear Controller Design: The Limits of Performance*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.Y., 1991.
- Callier, F. M. a Desoer, C. A. *Multivariable Feedback Systems*. Springer-Verlag, New York, 1982.
- Dahleh, M. A. a Diaz-Bobillo, I. J. *Control of Uncertain Systems*. Prentice Hall, 1995.
- Desoer, C. A., Liu, R., Murray, J. a Saeks, R. Feedback system design: The fractional representation approach to analysis and synthesis. *IEEE Trans. Automatic Control*, 25, 339–412, 1980.
- De Bruyne, F., Anderson, B. D. O. a Linard, N. The Hansen scheme revisited. V *Proc. of 37th IEEE Conference on Decision and Control*, strany 706–711. Tampa, Florida, 1998.
- De Bruyne, F. *Aspects on System Identification for Robust Process Control*. Universite Catholique De Louvain, 1996.
- Dostál, P., Mészáros, A. a Mikleš, J. A modified LQ tracking problem. *Journal of Electrical Engineering*, 45(4), 129–133, 1994.
- Dostál, P., Prokopová, Z. a Dvoran, J. Úloha suboptimálního sledování při řízení lineárního systému. *AT&P Journal*, 10, 43–46, 1997.
- Doyle, J. C., Francis, B. a Tannenbaum, A. *Feedback Control Theory*. Macmillan Publishing Co., New York, 1992.
- Doyle, J. C. *Lecture notes in advanced multivariable control*. ONR/Honeywell Workshop, Mineapolis, 1984.
- Dzivák, J., Mikleš, J., Kožka, Š., Jelenčíak, F. a Dvoran, J. Model of a Chemical Reactor for Decomposition Reaction. *Selected Topics in Modelling and Control*, 2, 87–89, 1999.
- Čirka, Ľ., Fikar, M. a Mikleš, J. A Deterministic LQ Tracking Problem: Parametrisation of the Controller and the Plant. *Journal of Electrical Engineering*, 53(5–6), 126–131, 2002a.
- Čirka, Ľ. a Fikar, M. IDTOOL - A dynamical system identification toolbox for MATLAB. V *Proceedings of the 4th International Scientific - Technical Conference, Kouty nad Desnou, Czech Republic*, strany 158–158. 2000.
- Čirka, Ľ., Mikleš, J. a Fikar, M. A Deterministic LQ Tracking Problem: Parametrisation of the Controller. *Kybernetika*, 38(4), 469–478, 2002b.

- Čirka, L., Mikleš, J. a Kožka, Š. Fractional representation approach to closed-loop system identification. V *Preprints of 11th Conf. Process Control'97, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 1, strany 111–115. 1997.
- Čirka, L., Mikleš, J., Fikar, M. a Jančich, J. Využitie YK parametrizácie v adaptívnom LQ riadení laboratórneho chemického reaktora. *AT@P Journal*, (11), 82–83, 2002c.
- Čirka, L., Mikleš, J., Fikar, M. a Jančich, J. Youla–Kučera Parameterisation in Adaptive LQ Control of a Laboratory Reactor. V *Zborník abstraktov z Medzinárodnej konferencie "Kybernetika a informatika", 4.–6. september, Trebišov, SR*, strany 55–56. 2002d.
- Čirka, L., Mikleš, J. a Kožka, Š. Adaptívne riadenie s využitím parametrizovaných modelov. *AT@P Journal*, (3), 54–55, 1999.
- Feldbaum, A. A. a Butkovskij, A. G. *Metody teorii avtomatičeskovo upravlenija*. Nauka, Moskva, 1971.
- Feldbaum, A. A. *Optimal control systems*. Academic Press, New York, 1965.
- Fikar, M. a Mikleš, J. *Identifikácia systémov*. STU, Bratislava, 1998.
- Fikar, M. a Unbehauen, H. Youla-Kučera Design of Decoupled Control Systems. *Int. J. Control*, 75(3), 213–218, 2002.
- Francis, B. A. *A Course in H_∞ Control*. number 88 in Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer-Verlag, Berlin, 1987.
- Gauss, K. F. *Theoria motus corporum celestium*. English translation: Theory of the Motion of the Heavenly Bodies, Dover, New York, 1963, 1809.
- Gawthrop, P. J. *Continuous-time Self-tuning Control*. John Wiley, 1987.
- Goodwin, G. C. a Sin, K. S. *Adaptive Filtering, Prediction and Control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New York, 1984.
- Grimble, M. J. Two-degrees-of-freedom Feedback and Feedforward Optimal Control of Multivariable Stochastic Systems. *Automatica*, 24(6), 809–817, 1988.
- Hansen, F. R., Franklin, G. F. a Kosut, R. Closed-loop identification via fractional representation: experiment design. V *Proceedings American Control Conference'89, Pittsburgh, PA*, strany 1422–1427. 1989.
- Hansen, F. R. a Franklin, G. F. On a Fractional Representation Approach to Closed-loop Experiment Design. V *Proceedings American Control Conference'88, Atlanta, GA*, strany 1319–1320. 1988.
- Hansen, F. R. *A fractional representation approach to closed-loop system identification and experimental design*. PhD Thesis, Stanford University, CA, USA, 1989.

- Hautus, M. L. J. The formal Laplace transform for smooth linear systems. V *Proc. Int. Symp. Mathematical Systems Theory*, strany 29–47. Udine, Italy, 1975.
- Hunt, K. J., Kučera, V. a Šebek, M. Optimal Regulation Using Measurement Feedback. A Polynomial Approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37, 682–685, 1992.
- Hunt, K. J. a Šebek, M. Implied Polynomial Matrix Equations in Multivariable Stochastic Optimal Control. *Automatica*, 27(2), 395–398, 1991.
- Jelenčiak, F., Mikleš, J., Dvoran, J. a Dzivák, J. Dynamics of a Chemical Reactor for Decomposition Reaction. *Selected Topics in Modelling and Control*, 2, 90–92, 1999.
- Johnson, M. A. a Grimble, M. J. Recent trends in linear quadratic multivariable control system design. *IEE Proc.*, 134, 53–71, 1987.
- Kalman, R. E. Design of Self Optimizing Control Systems. *Transactions of the ASME*, 80, 469 – 478, 1958.
- Kalman, R. E. Contribution of the Theory of Optimal Control. *Bol. Soc. Mathematica Mexicana*, strany 102–119, 1960.
- Khargonekar, P. P. a Sontag, E. On the relation between stable matrix fraction factorizations and regulable realizations of linear systems over rings. *IEEE Trans. Automatic Control*, 27, 627–638, 1982.
- Kleinman, D. L. On an Iterative Technique for Riccati Equation Computation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 13, 114–115, 1968.
- Kotek, Z., Chalupa, V., Brůcha, I. a Jelínek, J. *Adaptivní a učící se systémy*. SNTL, 1980.
- Kožka, Š., Mikleš, J. a Čírka, Ľ. Identification of a chemical reactor from closed-loop experimental data. V *Preprints of 11th Conf. Process Control'97, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 1, strany 102–106. 1997.
- Kožka, Š. *Identifikácia zlomkovej reprezentácie chemického reaktora v uzavretom obvode*. Diplomová práca, STU Bratislava, 1997.
- Kožka, Š. *Iteračná identifikácia systému v uzavretom regulačnom obvode*. Doktorská práca, STU Bratislava, 2002.
- Kučera, V. a Šebek, M. A polynomial solution to regulation and tracking. Part II. Stochastic Problem. *Kybernetika*, 20(4), 257–282, 1984a.
- Kučera, V. a Šebek, M. A polynomial solution to regulation and tracking. Part I. Deterministic Problem. *Kybernetika*, 20(3), 177–188, 1984b.
- Kučera, V. a Šebek, M. A Note on the Stationary LQG Control. *IEEE Trans. Automatic Control*, 30, 1242–1245, 1985.

- Kučera, V. Algebraic Theory of Discrete Optimal Control for Multi-variable Systems. *Kybernetika*, 10–12, 1–240, 1973a.
- Kučera, V. Algebraic Theory of Discrete Optimal Control for Single-variable Systems, Parts I–III. *Kybernetika*, 9, 94–107, 206–221, 291–312, 1973b.
- Kučera, V. Stability of discrete linear feedback systems. V *Proc. 6th IFAC World Congr., Boston*, strany 44–. 1975.
- Kučera, V. *Algebraická teorie lineárního diskrétního řízení*. Academia, Praha, 1978.
- Kučera, V. *Discrete Linear Control: The Polynomial Equation Approach*. Wiley, New York, 1979.
- Kučera, V. New Results in State Estimation and Regulation. *Automatica*, 17, 745–748, 1981.
- Kučera, V. Linear Quadratic Control: State Space vs. Polynomial Equations. *Kybernetika*, 19, 185–195, 1983.
- Kučera, V. Design of Internally Proper and Stable Systems. V *Proc. 9th IFAC World Congr., díl 8*, strany 94–98. Budapest, Hungary, 1984.
- Kučera, V. Internal Properness and Stability in Linear Systems. *Kybernetika*, 22, 1–18, 1986a.
- Kučera, V. Stationary LQG Control of Singular Systems. *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-31, 31–39, 1986b.
- Kučera, V. *Analysis and Design of Discrete Linear Control Systems*. Prentice Hall, 1991.
- Kučera, V. Diophantine Equations in Control - A Survey. *Automatica*, 29, 1136–1375, 1993.
- Kulhavý, R. a Kárný, M. Tracking of slowly varying parameters by directional forgetting. V *Proc. 9th IFAC World Congr., Budapest, Hungary*, strany 79–83. 1984.
- Kwakernaak, H. a Sivan, R. *Linear Optimal Control Systems*. Wiley, New York, 1972.
- Landau, I. D. *Adaptive Control*. Marcel Dekker, New York, 1978.
- Limebeer, D. J. N. a Green, M. *Robust Linear Control*. Prentice Hall Inc., New Jersey, 1993.
- Linard, N., Anderson, B. D. O. a De Bruyne, F. Identification of a nonlinear plant under nonlinear feedback using left coprime fractional based representations. *Automatica*, 35, 655–667, 1999.

- Linard, N. a Anderson, B. D. O. Identification of nonlinear plants under linear control using Youla–Kučera parametrizations. V *Proc. 35th Conference on Decision and Control*, strany 1094–1098. Kobe, Japan, 1996.
- Luenberger, D. G. An Introduction to Observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(6), 592–602, 1971.
- Martensson, K. On the Matrix Riccati Equation. *Information Sciences*, 3, 17–49, 1971.
- Mendel, J. M. a Gieseking, D. L. Bibliography on the Linear-Quadratic-Gaussian Problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(6), 847–869, 1971.
- Middleton, R. a Goodwin, G. *Digital Control and Estimation. A Unified Approach*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1990.
- Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Kožka, Š. Control-oriented process identification. V *Proceedings of 24th Conference SSCHI, Častá-Papiernička*, strany 621–624. 1997a.
- Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Kožka, Š. Identifikácia systémov v uzavretom obvode. *AT&P Journal*, 10, 51–52, 1997b.
- Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Kožka, Š. Identifikácia v uzavretom obvode a adaptívne riadenie. *AT&P Journal*, 11, 58–59, 1998.
- Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Ondrovičová, M. Closed-loop System Identification. V *Preprints of 11th Conf. Process Control'97, Tatranské Matliare, Slovakia*, diel 1, strany 107–110. 1997c.
- Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Fikar, M. Adaptívne LQ riadenie CSTR s využitím YK parametrizácie regulátora a objektu. *AT@P Journal*, (11), 57–59, 2001.
- Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Fikar, M. Adaptive LQ Control of a CSTR via YK Parametrisation of the Controller and the Plant Model. V *Proceedings of the 5th International Scientific – Technical Conference, Kouty nad Desnou, Czech Republic*, strana CD ROM RIP115. 2002a.
- Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Fikar, M. Closed – Loop Identification of a CSTR. V *Proceedings of 29th Conference SSCHI, Tatranské Matliare, Slovakia*. 2002b.
- Mikleš, J., Čirka, Ľ. a Fikar, M. Youla–Kučera Parametrisation in Self-tuning LQ Control of a Chemical Reactor. V *International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes - ADCHEM'03, Hong Kong*, diel prijaté ako prednáška. 2003.
- Monopoli, R. V. Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal. *IEEE Trans. Automatic Control*, 19, 474 – 474, 1974.

- Moore, J. B., Glover, K. a Telford, A. All Stabilizing Controllers as Frequency Shaped State Estimate Feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(2), 203–208, 1990.
- Moore, J. B. a Tay, T. T. Loop recovery via H_∞/H_2 sensitivity recovery. *International Journal of Control*, 49(4), 1249–1271, 1989.
- Morari, M. a Zafiriou, E. *Robust Process Control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.Y., 1989.
- Mosca, E. *Optimal Predictive and Adaptive Control*. Prentice Hall Inc., New Jersey, 1991.
- Newton, G. C., Gould, L. A. a Kaiser, J. F. *Analytical Design of Linear Feedback Control Systems*. Wiley, New York, 1957.
- Pernebo, L. An algebraic theory for the design of controllers for linear multivariable systems. *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-26, 171–194, 1981.
- Peterka, V. On Steady State Minimum Variance Control Strategy. *Kybernetika*, 8, 219–232, 1972.
- Peterka, V. A square root filter for real time multivariate regression. *Kybernetika*, 11, 53–67, 1975.
- Peterka, V. Algoritmy pro adaptivní mikroprocesorovou regulaci technologických procesů. Sem. kurz ÚTIA-ČSAV, Praha, 1982a.
- Peterka, V. Využití polynomiálních metod v řízení technologických procesů. Sem. kurz ÚTIA-ČSAV, Praha, 1982b.
- Rosenbrock, H. H. a Moran, P. D. Good, Bad, or Optimal? *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(6), 552–554, 1971.
- Schrama, R. J. P. An open-loop solution to the approximate closed-loop identification problem. V *Proc. 9th IFAC/IFORS Symp. Identification and System Parameter Estimation, Budapest, Hungary*, strany 1602–1607. 1991.
- Schrama, R. J. P. *Approximate Identification and Control Design*. Doktorská práce, Delft University of Technology, The Netherlands, 1992.
- Stoustrup, J. a Niemann, H. H. Multi Objective Control for Multivariable Systems with Mixed Sensitivity Specifications. *International Journal of Control*, 66, 225–243, 1997.
- Strejc, V. *Synthese von Regelungssystemen mit Prozessrechner*. Akademie-Verlag, Berlin, 1967.
- Tay, T. T., Mareels, I. M. Y. a Moore, J. B. *High Performance Control*. Birkhäuser, 1997.

- Tay, T. T., Moore, J. B. a Horowitz, R. Indirect adaptive techniques for fixed controller performance enhancement. *Int. J. Control*, 50, 1941–1959, 1989.
- Tay, T. T. a Moore, J. B. Enhancement of fixed controller performance via adaptive disturbance estimate feedback. V *IFAC Symp. on Identification*, diel 1, strany 149–154. 1988.
- Van den Hof, P. M. J. a Callafon, R. A. Multivariable closed-loop identification: from indirect identification to dual Youla parameterization. *Selected Topics in Identification, Modeling and Control*, 9, 1–7, 1996.
- Van den Hof, P. M. J. a Schrama, R. J. P. An Indirect Method for Transfer Function Estimation from Closed Loop Data. *Automatica*, 29, 1523–1527, 1993.
- Van den Hof, P. M. J. a Schrama, R. J. P. Identification and control - closed-loop issues. *Automatica*, 31(12), 1751–1770, 1995.
- Van Dooren, P. A Generalized Eigenvalue Approach for Solving Riccati Equations. *SIAM Journal of Sci. Stat. Comput.*, 2(2), 121–135, 1981.
- Vidyasagar, M. Input-output Stability of a Broad Class of Linear Time-invariant Multi-variable Systems. *SIAM J. Control*, 10, 203–209, 1972.
- Vidyasagar, M. *Control System Synthesis: A Factorization Approach*. The MIT Press, Cambridge, 1985.
- Volgin, L. N. *The Fundamentals of the Theory of Controllers (in Russian)*. Soviet Radio, Moscow, 1962.
- Wahlberg, B. On the Identification of Continuous Time Dynamical Systems. Výskumná správa, Linköping, 1988. LiTH-ISY-I-0905.
- Whitaker, H. P., Yamron, J. a Kezer, A. Design of Model Reference Adaptive Control Systems for Aircraft. Výskumná správa, MIT Cambridge, USA, 1958.
- Willems, J. C. Least Squares Stationary Optimal Control and the Algebraic Riccati Equation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(6), 621–634, 1971.
- Wonham, W. M. On a Matrix Riccati Equation of Stochastic Control. *SIAM Journal of Control and Optimization*, 6(4), 681–697, 1968.
- Youla, D. C. a Bongiorno, J. J. A Feedback Theory of Two-Degree-Of-Freedom Optimal Wiener-Hopf design. *IEEE Trans. Automatic Control*, 30(7), 652–665, 1985.
- Youla, D. C., Jabr, H. A. a Bongiorno, J. J. Modern Wiener-Hopf design of optimal controllers, Part II: The multivariable case. *IEEE Trans. Automatic Control*, 21, 319–338, 1976.

-
- Zames, G. Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses. *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-21, 1442–1446, 1981.
- Zhou, K., Doyle, J. C. a Glover, K. *Robust and Optimal Control*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1996.