PROCESY
S CHEMICKOU REAKCIOU

- systémy so sústredenými parametrami
  - procesy rozmerovo malé
  - reakčná zmes v reaktore je dokonale premiešavané
  - veličiny v dynamickom stave sa menia len čase

- systémy so spojito rozloženými parametrami
  - procesy rozmerovo veľké
  - kvapaliny prúdia ideálnym piestovým tokom
  - veličiny v dynamickom stave sa menia spojito aj v čase aj v priestore

SYSTÉMY SO SÚSTREDENÝMI PARAMETRAMI

PRIETOKOVÝ CHEMICKÝ REAKTOR S DOKONALÝM MIEŠANÍM REAKČNEJ ZMESI (DMPR, CSTR)

Dynamický matematický model (DMM)

Predpoklady pre odvodenie DMM DMPR:

- reaguje *n* zložiek – reaktantov i produktov (zložka *i*) v *m* reakciách (reakcia *j*)
- všetky reakcie sú exotermické, a teda ich reakčné entalpie sú záporné, t.j. $(\Delta_r H)_j < 0$, $j = 1, \ldots, m$
- zanedbateľná je tepelná kapacita stien reaktora
- zanedbateľné sú straty tepla do okolia
- tlak v systéme je konštantný $\Rightarrow$ zmena entalpie = zmene tepla
- konštantné sú technologické parametre: $\rho, \rho_c, c_p, c_{pc}, A, \alpha, V, V_c$
- prestup tepla len prúdením

Dynamický matematický model (DMM) tvoria:

- minimálne *n*-1 materiálových bilancií reagujúcich zložiek
- entalpická bilancia reakčnej zmesi
- entalpická bilancia chladiaceho média

Materiálová bilancia reagujúcej zložky všeobecne

$$\left\{\begin{array}{l} toky\ látkového \\ množstva\ zložky \\ do\ systému \\ vstupujúce \end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{l} rýchlosť\ tvorby \\ zložky\ v\ systéme \\ chemickými \\ reakciami \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l} toky\ látkového \\ množstva\ zložky \\ zo\ systému \\ vystupujúce \end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{l} rýchlosť \\ akumulácie \\ látkového \\ množstva \\ zložky \\ v\ systéme \end{array}\right\}$$

Entalpická (tepelná) bilancia reakčnej zmesi všeobecne

$$\left\{\begin{matrix} \text{tepelné toky} \\ \text{do systému} \\ \begin{pmatrix} \text{reakčná} \\ \text{zmes} \end{pmatrix} \\ \text{vstupujúce} \end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix} \text{rýchlosť tvorby} \\ \text{tepla v systéme} \\ (\text{reakčná zmes}) \\ \text{chemickými} \\ \text{reakciami} \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} \text{tepelné toky} \\ \text{zo systému} \\ \begin{pmatrix} \text{reakčná} \\ \text{zmes} \end{pmatrix} \\ \text{vystupujúce} \end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix} \text{rýchlosť} \\ \text{akumulácie} \\ \text{tepla v systéme} \\ \begin{pmatrix} \text{reakčná} \\ \text{zmes} \end{pmatrix} \end{matrix}\right\}$$

Entalpická (tepelná) bilancia chladiaceho média všeobecne

$$\left\{\begin{matrix} \text{tepelné toky} \\ \text{do systému} \\ \begin{pmatrix} \text{chladiace} \\ \text{médium} \end{pmatrix} \\ \text{vstupujúce} \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} \text{tepelné toky} \\ \text{zo systému} \\ \begin{pmatrix} \text{chladiace} \\ \text{médium} \end{pmatrix} \\ \text{vystupujúce} \end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix} \text{rýchlosť} \\ \text{akumulácie} \\ \text{tepla v systéme} \\ \begin{pmatrix} \text{chladiace} \\ \text{médium} \end{pmatrix} \end{matrix}\right\}$$

Materiálová bilancia reagujúcej zložky *i, i =1,...,n-1*

$$q(t)c_{\mathrm{v}i}(t)+\sum_{j=1}^{m}\nu_{ij}\dot{\xi}_{Vj}(t)\,V=q(t)c_i(t)+\frac{\mathrm{d}\left[Vc_i(t)\right]}{\mathrm{d}t}\qquad c_i(t_0)=c_{i0}$$

kde:

okamžitá objemová rýchlosť j-tej chemickej reakcie

$$\dot{\xi}_{Vj}(t)=\frac{\mathrm{d}\xi_{Vj}(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}n_{ij}(t)}{\nu_{ij}\mathrm{d}t}\frac{1}{V}$$

rýchlostná rovnica j-tej chemickej reakcie všeobecne:

$$\dot{\xi}_{Vj}(t)=k_j(t)\,f(c_{i,\,i=1,\ldots,n})$$

rýchlostná konštanta j-tej chemickej reakcie

$$k_j(t)=k_{j\infty}\,e^{-\frac{E_j}{R\vartheta}}$$

Entalpická (tepelná) bilancia reakčnej zmesi

$$q(t)\rho c_p \vartheta_{\mathrm{v}}(t) + \sum_{j=1}^{m} \dot{\xi}_{Vj}(t)\, V(-\Delta_r H)_j =$$

$$q(t)\rho c_p \vartheta(t) + A\alpha\left[\vartheta(t) - \vartheta_c(t)\right] + \frac{\mathrm{d}\left[V\rho c_p \vartheta(t)\right]}{\mathrm{d}t} \qquad \vartheta(t_0) = \vartheta_0$$

Entalpická (tepelná) bilancia chladiaceho média

$$q_c(t)\rho_c c_{pc} \vartheta_{c\mathrm{v}}(t) + A\alpha\left[\vartheta(t) - \vartheta_c(t)\right] =$$

$$q_c(t)\rho_c c_{pc} \vartheta_c(t) + \frac{\mathrm{d}\left[V_c \rho_c c_{pc} \vartheta_c(t)\right]}{\mathrm{d}t} \qquad \vartheta_c(t_0) = \vartheta_{c0}$$

DMM DMPR má tvar nelineárneho stavového opisu s minimálne n +1 DCR s nenulovými začiatočnými podmienkami, kde:

- stavové veličiny: $c_i(t), i = 1, \ldots, n-1, \vartheta(t), \vartheta_c(t)$
- vstupné veličiny: $c_{\mathrm{v}i}(t), i = 1, \ldots, n-1, \vartheta_{\mathrm{v}}(t), \vartheta_{c\mathrm{v}}(t), q(t), q_c(t)$

Výstupné veličiny sú tie, ktoré sa na procese sledujú a môžu byť definované rôzne, ale najčastejšie je výstupnou veličinou teplota reakčnej zmesi.

- výstupná veličina napr.: $\vartheta(t)$

Matematický model rovnovážneho stavu (MMRS)

V rovnovážnom stave (v ustálenom stave) nedochádza k akumulácii, t.j. akumulačný člen v bilanciách je nulový.

Materiálová bilancia reagujúcej zložky všeobecne

$$\left\{\begin{matrix} \textit{toky látkového} \\ \textit{množstva zložky} \\ \textit{do systému} \\ \textit{vstupujúce} \end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix} \textit{rýchlosť tvorby} \\ \textit{zložky v systéme} \\ \textit{chemickými} \\ \textit{reakciami} \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} \textit{toky látkového} \\ \textit{množstva zložky} \\ \textit{zo systému} \\ \textit{vystupujúce} \end{matrix}\right\}$$

Entalpická (tepelná) bilancia reakčnej zmesi všeobecne

$$\left\{\begin{matrix}\textit{tepelné toky}\\ \textit{do systému}\\ \left(\begin{matrix}\textit{reakčná}\\ \textit{zmes}\end{matrix}\right)\\ \textit{vstupujúce}\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}\textit{rýchlosť tvorby}\\ \textit{tepla v systéme}\\ \left(\textit{reakčná zmes}\right)\\ \textit{chemickými}\\ \textit{reakciami}\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\textit{tepelné toky}\\ \textit{zo systému}\\ \left(\begin{matrix}\textit{reakčná}\\ \textit{zmes}\end{matrix}\right)\\ \textit{vystupujúce}\end{matrix}\right\}$$

Entalpická (tepelná) bilancia chladiaceho média všeobecne

$$\left\{\begin{matrix}\textit{tepelné toky}\\ \textit{do systému}\\ \left(\begin{matrix}\textit{chladiace}\\ \textit{médium}\end{matrix}\right)\\ \textit{vstupujúce}\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\textit{tepelné toky}\\ \textit{zo systému}\\ \left(\begin{matrix}\textit{chladiace}\\ \textit{médium}\end{matrix}\right)\\ \textit{vystupujúce}\end{matrix}\right\}$$

Matematický model rovnovážneho stavu (MMRS)

$$q^s c_{vi}{}^s + \sum_{j=1}^{m} \nu_{ij} \dot{\xi}_{Vj}{}^s \, V = q^s c_i{}^s, \qquad i = 1,\dots,n-1$$

$$q^s \rho c_p \vartheta_v{}^s + \sum_{j=1}^{m} \dot{\xi}_{Vj}{}^s \, V(-\Delta_r H)_j = q^s \rho c_p \vartheta^s + A\alpha\left[\vartheta^s - \vartheta_c{}^s\right]$$

$$q_c{}^s \rho_c c_{pc} \vartheta_{cv}{}^s + A\alpha\left[\vartheta^s - \vartheta_c{}^s\right] = q_c{}^s \rho_c c_{pc} \vartheta_c{}^s$$

MMRS je sústava $n+1$ nelineárnych algebraických rovníc.

Riešenie v MATLABe: napr. pomocou funkcie fsolve.

Analýza stability rovnovážnych stavov reaktora

Pre analýzu stability je rozhodujúca tepelná bilancia reakčnej zmesi v rovnovážnom stave:

$$q^s \rho c_p \vartheta_{\mathrm{v}}{}^s + \sum_{j=1}^{m} \dot{\xi}_{Vj}{}^s\, V(-\Delta_r H)_j = q^s \rho c_p \vartheta^s + A\alpha\left[\vartheta^s - \vartheta_c{}^s\right]$$

Po úprave

$$\sum_{j=1}^{m} \dot{\xi}_{Vj}{}^s\, V(-\Delta_r H)_j = -q^s \rho c_p \vartheta_{\mathrm{v}}{}^s + q^s \rho c_p \vartheta^s + A\alpha\left[\vartheta^s - \vartheta_c{}^s\right]$$

$$\sum_{j=1}^{m} \dot{\xi}_{Vj}{}^s\, V(-\Delta_r H)_j = -\left(q^s \rho c_p \vartheta_{\mathrm{v}}{}^s + A\alpha \vartheta_c{}^s\right) + \left(q^s \rho c_p + A\alpha\right)\vartheta^s$$

- kde rýchlosť tvorby tepla v systéme

$$\dot{Q}_{GEN} = \sum_{j=1}^{m} \dot{\xi}_{Vj}{}^{s} \, V(-\Delta_r H)_j$$

je nelineárnou funkciou teploty reakčnej zmesi v RS

- kde rýchlosť odvádzania tepla zo systému

$$\dot{Q}_{OD} = -\left(q^s \rho c_p \vartheta_v{}^s + A\alpha \vartheta_c{}^s\right) \; + \left(q^s \rho c_p + A\alpha\right)\vartheta^s$$

je lineárnou funkciou teploty reakčnej zmesi v RS

- a chemický reaktor je v RS, ak

$$\dot{Q}_{GEN} = \dot{Q}_{OD}$$

Priesečníkov krivky rýchlosti tvorby tepla chemickými reakciami a priamky rýchlosti odvádzania tepla zo systému môže byť aj viac, a vtedy má reaktor viac rovnovážnych stavov.

Ak má chemický reaktor viac rovnovážnych stavov, stabilné sú tie rovnovážne stavy, v ktorých smernica priamky rýchlosti odvádzania tepla zo systému je väčšia než smernica dotyčnice ku krivke rýchlosti tvorby tepla chemickými reakciami.

Analýza vplyvu prietoku chladiaceho média na chladenie reaktora

Pre analýzu vplyvu prietoku chladiaceho média na chladenie reaktora je rozhodujúca tepelná bilancia chladiaceho média:

$$q_c^{\ s} \rho_c c_{pc} \vartheta_{cv}^{\ s} + A\alpha \left[\vartheta^s - \vartheta_c^{\ s} \right] = q_c^{\ s} \rho_c c_{pc} \vartheta_c^{\ s}$$

Úpravy robíme tak, aby sme tepelný tok, ktorý prestupuje z reakčnej zmesi do chladiaceho média, vyjadrili pomocou prietoku chladiaceho média.

- z bilancie najskôr vyjadríme $\vartheta_c^{\ s}$

$$q_c^{\ s} \rho_c c_{pc} \vartheta_{cv}^{\ s} + A\alpha \vartheta^s = \left(A\alpha + q_c^{\ s} \rho_c c_{pc} \right) \vartheta_c^{\ s}$$

$$\vartheta_c{}^s = \frac{q_c{}^s \rho_c c_{pc} \vartheta_{cv}{}^s + A\alpha \vartheta^s}{q_c{}^s \rho_c c_{pc} + A\alpha}$$

- dosadíme do člena reprezentujúceho tepelný tok, ktorý prestupuje z reakčnej zmesi do chladiaceho média:

$$\dot{Q}_c = A\alpha\left(\vartheta^s - \vartheta_c{}^s\right) = A\alpha\left(\vartheta^s - \frac{q_c{}^s \rho_c c_{pc} \vartheta_{cv}{}^s + A\alpha \vartheta^s}{q_c{}^s \rho_c c_{pc} + A\alpha}\right) =$$

$$= A\alpha\left(\frac{q_c{}^s \rho_c c_{pc} \vartheta^s + A\alpha \vartheta^s - q_c{}^s \rho_c c_{pc} \vartheta_{cv}{}^s - A\alpha \vartheta^s}{q_c{}^s \rho_c c_{pc} + A\alpha}\right) =$$

$$= \frac{A\alpha\, q_c{}^s \rho_c c_{pc}}{A\alpha + q_c{}^s \rho_c c_{pc}}\left(\vartheta^s - \vartheta_{cv}{}^s\right) = \varphi\left(\vartheta^s - \vartheta_{cv}{}^s\right)$$

- kde $\varphi = \dfrac{A\alpha\, q_c{}^s \rho_c c_{pc}}{A\alpha + q_c{}^s \rho_c c_{pc}}$

Funkcia φ je nelineárnou funkciou prietoku q_c, a teda aj tepelný tok, ktorý prestupuje z reakčnej zmesi do chladiaceho média, je nelineárnou funkciou prietoku q_c.

$$\lim_{q_c{}^s \to 0} \varphi = \lim_{q_c{}^s \to 0} \frac{A\alpha q_c{}^s \rho_c c_{pc}}{A\alpha + q_c{}^s \rho_c c_{pc}} = \frac{0}{A\alpha} = 0$$

$$\lim_{q_c{}^s \to \infty} \varphi = \lim_{q_c \to \infty} \frac{A\alpha q_c{}^s \rho_c c_{pc}}{A\alpha + q_c{}^s \rho_c c_{pc}} = \lim_{q_c{}^s \to \infty} \frac{A\alpha \rho_c c_{pc}}{\frac{A\alpha}{q_c{}^s} + \rho_c c_{pc}} = \frac{A\alpha \rho_c c_{pc}}{\rho_c c_{pc}} = A\alpha$$

$$\lim_{q_c{}^s \to 0} \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}q_c{}^s} = \lim_{q_c{}^s \to 0} \frac{A\alpha \rho_c c_{pc}\left(A\alpha + q_c{}^s \rho_c c_{pc}\right) - A\alpha q_c{}^s \rho_c c_{pc}\left(\rho_c c_{pc}\right)}{\left(A\alpha + q_c{}^s \rho_c c_{pc}\right)^2} =$$

$$= \lim_{q_c{}^s \to 0} \frac{(A\alpha)^2 \rho_c c_{pc}}{(A\alpha)^2} = \rho_c c_{pc}$$

Po vypočítaní limít je možné dokresliť graf závislosti tepelného toku, ktorý prestupuje z reakčnej zmesi do chladiaceho média, od prietoku chladiaceho média.

Z grafu závislosti tepelného toku, ktorý prestupuje z reakčnej zmesi do chladiaceho média, od prietoku chladiaceho média je zrejmé, že prietok chladiaceho média má význam zvyšovať len po určitú maximálnu hodnotu.

LINEARIZOVANÝ MODEL PRIETOKOVÉHO CHEMICKÉHO REAKTORA S REAKCIOU 1. PORIADKU

Predpoklady pre odvodenie DMM DMPR:

- exotermická reakcia $A \xrightarrow{k_1} B$
- prietok reakčnej zmesi je konštantný
- ďalšie predpoklady pre odvodenie DMM platia ako vo všeobecnom prípade

Dynamický matematický model (DMM)

- materiálová bilancia reagujúcej zložky A

$$qc_{vA}(t) - 1.k_1(t)c_A(t)V = qc_A(t) + \frac{\mathrm{d}\left[Vc_A(t)\right]}{\mathrm{d}t} \qquad c_A(t_0) = c_A^{\ s}$$

- entalpická (tepelná) bilancia reakčnej zmesi

$$q\rho c_p \vartheta_v(t) + k_1(t)c_A(t)V(-\Delta_r H)_1 =$$

$$= q\rho c_p \vartheta(t) + A\alpha\left[\vartheta(t) - \vartheta_c(t)\right] + \frac{\mathrm{d}\left[V\rho c_p \vartheta(t)\right]}{\mathrm{d}t} \qquad \vartheta(t_0) = \vartheta^s$$

- entalpická (tepelná) bilancia chladiaceho média

$$q_c(t)\rho_c c_{pc} \vartheta_{cv}(t) + A\alpha\left[\vartheta(t) - \vartheta_c(t)\right] =$$

$$= q_c(t)\rho_c c_{pc} \vartheta_c(t) + \frac{\mathrm{d}\left[V_c \rho_c c_{pc} \vartheta_c(t)\right]}{\mathrm{d}t} \qquad \vartheta_c(t_0) = \vartheta_{c0}$$

Matematický model rovnovážneho stavu (MMRS)

- materiálová bilancia reagujúcej zložky A

$$qc_{\mathrm{v}A}{}^{s} - k_1{}^{s} c_A{}^{s} V = qc_A{}^{s}$$

- entalpická (tepelná) bilancia reakčnej zmesi

$$q\rho c_p \vartheta_{\mathrm{v}}{}^{s} + k_1{}^{s} c_A{}^{s} V(-\Delta_r H)_1 = q\rho c_p \vartheta^{s} + A\alpha\left[\vartheta^{s} - \vartheta_c{}^{s}\right]$$

- entalpická (tepelná) bilancia chladiaceho média

$$q_c{}^{s} \rho_c c_{pc} \vartheta_{c\mathrm{v}}{}^{s} + A\alpha\left[\vartheta^{s} - \vartheta_c{}^{s}\right] = q_c{}^{s} \rho_c c_{pc} \vartheta_c{}^{s}$$

1. DMM -MMRS

- materiálová bilancia reagujúcej zložky A

$$qc_{\mathrm{v}A}(t) - qc_{\mathrm{v}A}{}^s - k_1(t)c_A(t)V + k_1{}^s c_A{}^s V = qc_A(t) - qc_A{}^s + \frac{\mathrm{d}\left[Vc_A(t) - Vc_A{}^s\right]}{\mathrm{d}t}$$

$$q\left(c_{\mathrm{v}A}(t) - c_{\mathrm{v}A}{}^s\right) - \left(k_1(t)c_A(t) - k_1{}^s c_A{}^s\right)V = q\left(c_A(t) - c_A{}^s\right) + V\frac{\mathrm{d}\left[c_A(t) - c_A{}^s\right]}{\mathrm{d}t}$$

Odchýlkové veličiny:

$$r_1(t) = c_{\mathrm{v}A}(t) - c_{\mathrm{v}A}{}^s, \quad x_1(t) = c_A(t) - c_A{}^s$$

Linearizovať treba rozvojom do Taylorovho radu:

$$k_1(t)c_A(t)$$

- entalpická (tepelná) bilancia reakčnej zmesi

$$q\rho c_p\left(\vartheta_{\mathrm{v}}(t)-\vartheta_{\mathrm{v}}{}^s\right)+\left(k_1(t)c_A(t)-k_1{}^s c_A{}^s\right)V(-\Delta_r H)_1=$$

$$=q\rho c_p\left(\vartheta(t)-\vartheta^s\right)+A\alpha\left(\vartheta(t)-\vartheta^s\right)-A\alpha\left(\vartheta_c(t)-\vartheta_c{}^s\right)+\frac{\mathrm{d}\left[V\rho c_p\left(\vartheta(t)-\vartheta^s\right)\right]}{\mathrm{d}t}$$

Odchýlkové veličiny:

$$r_2(t)=\vartheta_{\mathrm{v}}(t)-\vartheta_{\mathrm{v}}{}^s,\quad x_2(t)=\vartheta(t)-\vartheta^s,\quad x_3(t)=\vartheta_c(t)-\vartheta_c{}^s,$$

Linearizovať treba rozvojom do Taylorovho radu:

$$k_1(t)c_A(t)$$

- entalpická (tepelná) bilancia chladiaceho média

$$\rho_c c_{pc}\left(q_c(t)\vartheta_{cv}(t) - q_c{}^s \vartheta_{cv}{}^s\right) + A\alpha\left(\vartheta(t) - \vartheta^s\right) - A\alpha\left(\vartheta_c(t) - \vartheta_c{}^s\right) =$$

$$= \rho_c c_{pc}\left(q_c(t)\vartheta_c(t) - q_c{}^s \vartheta_c{}^s\right) + V_c \rho_c c_{pc} \frac{\mathrm{d}\left[\vartheta_c(t) - \vartheta_c{}^s\right]}{\mathrm{d}t}$$

Odchýlkové veličiny:

$$x_2(t) = \vartheta(t) - \vartheta^s, \qquad x_3(t) = \vartheta_c(t) - \vartheta_c{}^s$$

Linearizovať treba rozvojom do Taylorovho radu:

$$q_c(t)\vartheta_{cv}(t)$$

$$q_c(t)\vartheta_c(t)$$

2. linearizácia nelineárnych členov pomocou Taylorovho rozvoja

$$k_1(t)c_A(t)\Big|_{c_A{}^s,\vartheta^s} = k_{1\infty}e^{-\frac{E_1}{R\vartheta(t)}}c_A(t)\Bigg|_{c_A{}^s,\vartheta^s} \approx$$

$$\approx k_{1\infty}e^{-\frac{E_1}{R\vartheta^s}}c_A{}^s + k_{1\infty}e^{-\frac{E_1}{R\vartheta^s}}\left(c_A(t)-c_A{}^s\right) + k_{1\infty}c_A{}^s e^{-\frac{E_1}{R\vartheta^s}}\frac{\frac{E_1}{R}}{\left(\vartheta^s\right)^2}\left(\vartheta(t)-\vartheta^s\right) =$$

$$= k_1{}^s c_A{}^s + k_1{}^s\left(c_A(t)-c_A{}^s\right) + k_1{}^s c_A{}^s\frac{\frac{E_1}{R}}{\left(\vartheta^s\right)^2}\left(\vartheta(t)-\vartheta^s\right) =$$

$$= k_1{}^s c_A{}^s + k_1{}^s x_1(t) + K_1{}^s x_2(t)$$

$$q_c(t)\vartheta_{cv}(t)\Big|_{q_c{}^s,\vartheta_{cv}{}^s} \approx q_c{}^s\vartheta_{cv}{}^s + \vartheta_{cv}{}^s\left(q_c(t)-q_c{}^s\right) + q_c{}^s\left(\vartheta_{cv}(t)-\vartheta_{cv}{}^s\right)$$

$$q_c(t)\vartheta_c(t)\Big|_{q_c{}^s,\vartheta_c{}^s} \approx q_c{}^s\vartheta_c{}^s + \vartheta_c{}^s\left(q_c(t)-q_c{}^s\right) + q_c{}^s\left(\vartheta_c(t)-\vartheta_c{}^s\right)$$

Odchýlkové veličiny:

$$u_1(t) = q_c(t) - q_c{}^s, \quad r_3(t) = \vartheta_{cv}(t) - \vartheta_{cv}{}^s,$$

Dokončenie linearizácie:

$$q_c(t)\vartheta_{cv}(t)\Big|_{q_c{}^s, \vartheta_{cv}{}^s} \approx q_c{}^s \vartheta_{cv}{}^s + \vartheta_{cv}{}^s u_1(t) + q_c{}^s r_3(t)$$

$$q_c(t)\vartheta_c(t)\Big|_{q_c{}^s, \vartheta_c{}^s} \approx q_c{}^s \vartheta_c{}^s + \vartheta_c{}^s u_1(t) + q_c{}^s x_3(t)$$

3. sumarizácia odchýlkových veličín

stavové: $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$

vstupná riadiaca: $u_1(t)$

vstupné poruchové: $r_1(t), r_2(t), r_3(t)$

výstupná napr.: $y_1(t) = x_2(t)$

4. dosadenie odchýlkových veličín a Taylorových rozvojov

$$q r_1(t) - \left(k_1{}^s c_A{}^s + k_1{}^s x_1(t) + K_1{}^s x_2(t) - k_1{}^s c_A{}^s\right)V = q x_1(t) + V\frac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$x_1(t_0) = c_A(t_0) - c_A{}^s = c_A{}^s - c_A{}^s = 0$$

$$q\rho c_p r_2(t) + \left(k_1{}^s c_A{}^s + k_1{}^s x_1(t) + K_1{}^s x_2(t) - k_1{}^s c_A{}^s\right)V(-\Delta_r H)_1 =$$

$$= q\rho c_p x_2(t) + A\alpha x_2(t) - A\alpha x_3(t) + V\rho c_p\frac{\mathrm{d}x_2(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$x_2(t_0) = 0$$

$$\rho_c c_{pc}\left(q_c{}^s \vartheta_{cv}{}^s + \vartheta_{cv}{}^s u_1(t) + q_c{}^s r_3(t) - q_c{}^s \vartheta_{cv}{}^s\right) + A\alpha\, x_2(t) - A\alpha\, x_3(t) =$$

$$= \rho_c c_{pc}\left(q_c{}^s \vartheta_c{}^s + \vartheta_c{}^s u_1(t) + q_c{}^s x_3(t) - q_c{}^s \vartheta_c{}^s\right) + V_c\rho_c c_{pc}\frac{\mathrm{d}x_3(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$x_3(t_0) = 0$$

5. LSO

$$\frac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t} = -\left(k_1{}^s + \frac{q}{V}\right)x_1(t) - K_1{}^s x_2(t) + \frac{q}{V} r_1(t) \qquad x_1(t_0) = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}x_2(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{k_1{}^s(-\Delta_r H)_1}{\rho c_p} x_1(t) - \left(\frac{q}{V} + \frac{A\alpha}{V\rho c_p} - \frac{K_1{}^s(-\Delta_r H)_1}{\rho c_p}\right)x_2(t) +$$

$$+\frac{A\alpha}{V\rho c_p} x_3(t) + \frac{q}{V} r_2(t) \qquad x_2(t_0) = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}x_3(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{A\alpha}{V_c \rho_c c_{pc}} x_2(t) - \left(\frac{q_c{}^s}{V_c} + \frac{A\alpha}{V_c \rho_c c_{pc}}\right)x_3(t) +$$

$$+\frac{\left(\vartheta_{cv}{}^s - \vartheta_c{}^s\right)}{V_c} u_1(t) + \frac{q_c{}^s}{V_c} r_3(t) \qquad x_3(t_0) = 0$$