

PROCESY  
S PRESTUPOM LÁTKY

SYSTEMY SO SPOJITO ROZLOŽENÝMI  
PARAMETRAMI

NÁPLŇOVÁ ABSORPČNÁ  
KOLÓNA

# Dynamický matematický model (DMM)

Zjednodušujúce predpoklady pre odvodenie DMM náplňovej absorpčnej kolóny:

- delí sa binárna zmes
- opíšeme len hlavnú časť kolóny, ktorú predstavuje valcová nádoba naplnená keramickými telieskami (DMM model varáka a kondenzátora je ako v rektifikačnej kolóne)
- kvapalina sa privádza do kolóny ako kvapalina zohriata na bod varu a vstupuje do vrchnej časti kolóny (na hlavu)
- zanedbávame tepelnú bilanciu absorpcie (t.j. sú splnené podmienky pre jej zanedbanie) a dej je izotermický
- zanedbávame straty tlaku

- skutočné zloženie kvapalnej fázy sa nerovná rovnovážnemu zloženiu kvapalnej fázy, t.j.  $x \neq x^*$
- skutočné zloženie parnej fázy sa nerovná rovnovážnemu zloženiu kvapalnej fázy, t.j.  $y \neq y^*$
- zádrže kvapalnej fázy v kolóne  $Z_L/l$  [ $\text{mol}\cdot\text{m}^{-1}$ ] (alebo  $Z_L/V$  [ $\text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$ ]) definované na jednotku dĺžky (alebo jednotku objemu) kolóny sú konštantné
- zádrže parnej fázy v kolóne  $Z_V/l$  (alebo  $Z_V/V$ ) definované na jednotku dĺžky (alebo jednotku objemu) kolóny sú konštantné

- tok látkového množstva parnej fázy pozdĺž celej kolóny je rovnaký pozdĺž celej kolóny
- tok látkového množstva kvapalnej fázy pozdĺž celej kolóny je rovnaký pozdĺž celej kolóny
- parná aj kvapalná fáza prúdia kolónou ideálnym piestovým tokom
- k prestupu látky dochádza pri konštantnom tlaku – tlak pozdĺž kolóny je konštantný
- koeficienty prestupu látky aj v kvapalnej  $K_x$  [mol.m<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>] aj v parnej fáze  $K_y$  [mol.m<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>] sú konštantné

# Dynamický matematický model - všeobecne

DMM tvorí:

- materiálová bilancia zložky v kvapalnej fáze
- materiálová bilancia zložky v parnej fáze
- rovnica prestupu látky (v kvapalnej a parnej fáze)
- rovnica rovnovážnej závislosti (krivky)

Dynamický matematický model sa získa bilanciou elementu kolóny o dĺžke  $dz$ .

Kvapalná fáza vstupuje do kolóny na jej začiatku a parná fáza na jej konci.

Kolóna (jej hlavná časť naplnená keramickými telieskami) má dĺžku  $l$ .

# Dynamický matematický model

- Materiálová bilancia absorbovanej zložky v kvapalnej fáze

$$\dot{n}_L x(z, t) + \frac{\dot{n}}{l} (z, t) dz = \dot{n}_L \left[ x(z, t) + \frac{\partial x(z, t)}{\partial z} dz \right] + \frac{\partial \left[ \frac{Z_L}{l} dz x(z, t) \right]}{\partial t}$$

Na jej riešenie potrebujeme 2 typy podmienok:

1. začiatočnú:  $x(z, t_0 = 0) = x(z, 0) = x^s(z)$
2. okrajovú:  $x(z = 0, t) = x(0, t) = x_0(t)$

- Materiálová bilancia absorbovanej zložky v parnej fáze

$$\dot{n}_v \left[ y(z,t) + \frac{\partial y(z,t)}{\partial z} dz \right] = \frac{\dot{n}}{l} (z,t) dz + \dot{n}_v y(z,t) + \frac{\partial \left[ \frac{Z_v}{l} dz y(z,t) \right]}{\partial t}$$

Na jej riešenie potrebujeme 2 typy podmienok:

1. začiatočnú:  $y(z, t_0 = 0) = y(z, 0) = y^s(z)$
2. okrajovú:  $y(z = l, t) = x(l, t) = x_n(t)$

- Rovnica prestupu látky

$$\frac{\dot{n}}{l}(z, t) = K_x [x^*(z, t) - x(z, t)] = K_y [y(z, t) - y^*(z, t)]$$

- Rovnica rovnovážnej závislosti pri absorpcii

$$y^*(t) = f(x^*(t))$$



DMM etážovej rektifikačnej kolóny má tvar nelineárneho stavového opisu v tvare 2 parciálnych DCR a 2 algebraických rovníc s nenulovými začiatočnými a okrajovými podmienkami podmienkami, kde:

- stavové veličiny:  $x(z, t), y(z, t)$
- vstupné veličiny:  $x(z = 0, t), y(z = l, t)$
- výstupné veličiny napr.:  $x(z = l, t), y(z = 0, t)$

# Linearizácia

Predpokladáme, že v pracovnej oblasti môžeme **nelineárnu rovnovážnu závislosť linearizovať**, t.j. **aproximovať rovnicou priamky** (napr. lineárnou regresiou z tabuľkových dát):

$$y^* = k_1 x^* + k_2$$

Túto rovnicu použijeme na to, aby sme rovnicu prestupu látky vyjadrili len pomocou skutočných (reálnych) mólových zlomkov prchavejšej zložky namiesto rovnovážnych (ideálnych).

- Rovnica prestupu látky po dosadení za  $y^*$ :

$$\frac{\dot{n}}{l}(z, t) = K_x [x^*(z, t) - x(z, t)] = K_y [y(z, t) - k_1 x^*(z, t) - k_2]$$

- Robíme úpravy vedúce k vyjadreniu  $x^*(z,t)$ :

$$K_x [x^*(z,t) - x(z,t)] = K_y [y(z,t) - k_1 x^*(z,t) - k_2]$$

$$K_x x^*(z,t) - K_x x(z,t) = K_y y(z,t) - K_y k_1 x^*(z,t) - K_y k_2$$

$$K_x x^*(z,t) + K_y k_1 x^*(z,t) = K_x x(z,t) + K_y y(z,t) - K_y k_2$$

$$x^*(z,t) = \frac{K_x x(z,t) + K_y y(z,t) - K_y k_2}{K_x + K_y k_1}$$

- dosadíme za  $x^*(z,t)$  opäť do rovnice prestupu látky:

$$\frac{\dot{n}}{l}(z,t) = K_x [x^*(z,t) - x(z,t)] =$$

$$= K_x \left[ \frac{K_x x(z,t) + K_y y(z,t) - K_y k_2}{K_x + K_y k_1} - x(z,t) \right] =$$

$$= K_x \left[ \frac{K_x x(z,t) + K_y y(z,t) - K_y k_2 - K_x x(z,t) - K_y k_1 x(z,t)}{K_x + K_y k_1} \right] =$$

$$= \frac{K_x K_y}{K_y k_1 + K_x} [y(z,t) - k_2 - k_1 x(z,t)] =$$

$$= K_{xy} [y(z,t) - k_2 - k_1 x(z,t)] = \frac{\dot{n}}{l}(z,t)$$

- odvodenú rovnicu prestupu látky dosadíme do materiálových bilancií zložiek v kvapalnej a plynnej fáze a dostaneme **linearizovaný DMM náplňovej rektifikačnej kolóny**:

$$\dot{n}_L x(z, t) + K_{xy} [y(z, t) - k_2 - k_1 x(z, t)] dz = \dot{n}_L \left[ x(z, t) + \frac{\partial x(z, t)}{\partial z} dz \right] + \frac{\partial \left[ \frac{Z_L}{l} dz x(z, t) \right]}{\partial t}$$

$$\dot{n}_V \left[ y(z, t) + \frac{\partial y(z, t)}{\partial z} dz \right] = K_{xy} [y(z, t) - k_2 - k_1 x(z, t)] dz + \dot{n}_V y(z, t) + \frac{\partial \left[ \frac{Z}{l} dz y(z, t) \right]}{\partial t}$$

+ už uvedené začiatkové a okrajové podmienky

## Definovanie časových konštánt a rýchlostí prúdenia

$$\frac{Z_L}{l} dz \frac{\partial x(z,t)}{\partial t} + \dot{n}_L(t) dz \frac{\partial x(z,t)}{\partial z} = K_{xy} dz [y(z,t) - k_1 x(z,t) - k_2]$$

$$\frac{Z_V}{l} dz \frac{\partial y(z,t)}{\partial t} - \dot{n}_V(t) dz \frac{\partial y(z,t)}{\partial z} = K_{xy} dz [-y(z,t) + k_1 x(z,t) + k_2]$$

- po zavedení:

$$T_x = \frac{\frac{Z_L}{l}}{K_{xy} k_1} \qquad T_y = \frac{\frac{Z_V}{l}}{K_{xy}}$$

- a úprave:

$$\frac{\dot{n}_L dz}{K_{xy} dz k_1} = \frac{\dot{n}_L}{K_{xy} k_1} \frac{\frac{Z_L}{l}}{\frac{Z_L}{l}} = T_x \frac{\dot{n}_L}{\frac{Z_L}{l}} = T_x w_x$$

$$\frac{\dot{n}_V dz}{K_{xy} dz} = \frac{\dot{n}_V}{K_{xy}} \frac{Z_V}{l} = T_y \frac{\dot{n}_V}{Z_V} = T_y w_y$$

- dostaneme:

$$T_x \frac{\partial x(z,t)}{\partial t} + T_x w_x(t) \frac{\partial x(z,t)}{\partial z} = -x(z,t) - \frac{k_2}{k_1} + \frac{1}{k_1} y(z,t)$$

$$T_y \frac{\partial y(z,t)}{\partial t} - T_y w_y(t) \frac{\partial y(z,t)}{\partial z} = k_1 x(z,t) + k_2 - y(z,t)$$

+ už uvedené začiatkové a okrajové podmienky

# Riešenie rovnovážneho stavu pre danú kolónu

- MMRS:

$$T_x w_x \frac{dx^s(z)}{dz} = -x^s(z) - \frac{k_2}{k_1} + \frac{1}{k_1} y^s(z)$$

$$T_y w_y \frac{dy^s(z)}{dz} = k_1 x^s(z) + k_2 - y^s(z)$$

- + 2 okrajové podmienky:

$$x^s(z=0) = x_0^s$$

$$y^s(z=l) = y_n^s$$