

# PROCESY S PRESTUPOM LÁTKY

- systémy s diskretné rozloženými parametrami
  - procesy, kde sa dá predpokladať, že v dynamickom stave sa veličiny menia spojito v čase ale nespojito v priestore
  - k prestupu látky dochádza len na určitých miestach v zariadení (na etážach v rektifikačnej kolóne)
- systémy so spojito rozloženými parametrami
  - procesy, kde sa dá predpokladať, že v dynamickom stave sa veličiny menia spojito aj v čase aj v priestore
  - k prestupu látky dochádza pozdĺž celého zariadenia (na náplni v náplňovej rektifikačnej kolóne)

SYSTÉMY S DISKRÉTNĚ  
ROZLOŽENÝMI PARAMETRAMI

ETÁŽOVÁ REKTIFIKAČNÁ  
KOLÓNA

# Dynamický matematický model (DMM)

Zjednodušujúce predpoklady pre odvodenie DMM etážovej rektifikačnej kolóny:

- delí sa binárna zmes
- binárna zmes má ideálne vlastnosti – obe kvapaliny sa miešajú dokonale pozdĺž celej kolóny (varák, etáže, kondenzátor)
- k preštupu látky dochádza len na etáži
- teoretická etáž - para odhádzajúca z etáže je v **rovnováhe** s kvapalinou na etáži → **rovnovážna krivka**
- účinnosť etáží nie je 100 %-ná, je definovaná **Murphreeho** účinnosť etáže

- skutočné zloženie kvapalnej fázy = rovnovážnemu zloženiu kvapalnej fázy, t.j.  $x = x^*$
- skutočné zloženie parnej fázy nerovná sa rovnovážnemu zloženiu kvapalnej fázy, t.j.  $y$  nerovná sa  $y^*$
- zádrže parnej fázy na etážach sú zanedbateľné
- zádrže kvapalnej fázy na etážach  $Z$  sú konštantné
- kvapalina v celej kolóne je zohriata na bod varu
- nástrek sa privádza do kolóny ako kvapalina zohriata na bod varu
- tok látkového množstva parnej fázy pozdĺž celej kolóny je rovnaký

- tok látkového množstva kvapalnej fázy je rovnaký v ochudobňovacej časti kolóny a je rovnaký v obohacovacej časti kolóny
- k prestupu látky dochádza pri konštantnom tlaku – tlak pozdĺž kolóny je konštantný
- relatívna prchavosť zmesi je konštantná
- kondenzátor je totálny, t.j. pary odchádzajúce z hlavy kolóny v ňom úplne skondenzujú
- mólové výparné teplá oboch delených zložiek sú približne rovnaké
- zjavné teplá sú zanedbateľné
- straty tepla do okolia sú zanedbateľné, kolóna je izolovaná

# Dynamický matematický model - všeobecne

- Materiálová bilancia zložky všeobecne:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{toky látkového} \\ \text{množstva zložky} \\ \text{do systému} \\ \text{vstupujúce} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{toky látkového} \\ \text{množstva zložky} \\ \text{zo systému} \\ \text{vystupujúce} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{rýchlosť akumulácie} \\ \text{látkového množstva} \\ \text{zložky} \\ \text{v systéme} \end{array} \right\}$$

- Rovnica rovnovážnej krivky:

$$y^* = \frac{a + bx + cx^2}{1 + dx + ex^2}$$

- Rovnica Murphreeho účinnosti pre  $i$ -tú etáž:

$$\eta_i = \frac{y_i - y_{i+1}}{y_i^* - y_{i+1}} \quad \Rightarrow \quad y_i = \eta_i y_i^* + (1 - \eta_i) y_{i+1}$$

# Dynamický matematický model

- varák ( $n+1$ ):

- rovnica rovnovážnej krivky

$$y_{n+1}^*(t) = \frac{a + bx_{n+1}(t) + cx_{n+1}(t)^2}{1 + dx_{n+1}(t) + ex_{n+1}(t)^2}$$

- rovnica účinnosti

$$y_{n+1}(t) = \eta_{n+1} y_{n+1}^*(t)$$

- materiálová bilancia prchavejšej (= nižšie vriacej zložky)

$$(\dot{n}_L(t) + \dot{n}_F(t))x_n(t) =$$

$$\dot{n}_V(t)y_{n+1}(t) + \dot{n}_W(t)x_{n+1}(t) + \frac{d(Z_{n+1}x_{n+1}(t))}{dt} \quad x_{n+1}(t_0) = x_w(t_0)$$



- ochudobňovacia časť kolóny ( $n, n-1, \dots, j, \dots, k+1$ ):

$$y_j^*(t) = \frac{a + bx_j(t) + cx_j(t)^2}{1 + dx_j(t) + ex_j(t)^2}$$

$$y_j(t) = \eta_j y_j^*(t) + (1 - \eta_j) y_{j+1}(t)$$

$$(\dot{n}_L(t) + \dot{n}_F(t))x_{j-1}(t) + \dot{n}_V(t)y_{j+1}(t) =$$

$$(\dot{n}_L(t) + \dot{n}_F(t))x_j(t) + \dot{n}_V(t)y_j(t) + \frac{d(Z_j x_j(t))}{dt} \quad x_j(t_0)$$

$$j = n, n-1, \dots, k+1$$

- nástreková etáž ( $k$ ):

$$y_k^*(t) = \frac{a + bx_k(t) + cx_k(t)^2}{1 + dx_k(t) + ex_k(t)^2}$$

$$y_k(t) = \eta_k y_k^*(t) + (1 - \eta_k) y_{k+1}(t)$$

$$\dot{n}_F(t)x_F(t) + \dot{n}_L(t)x_{k-1}(t) + \dot{n}_V(t)y_{k+1}(t) =$$

$$(\dot{n}_L(t) + \dot{n}_F(t))x_k(t) + \dot{n}_V(t)y_k(t) + \frac{d(Z_k x_k(t))}{dt} \quad x_k(t_0)$$

- obohacovacia časť kolóny ( $k-1, k-2, \dots, i, \dots, 2, 1$ ):

$$y_i^*(t) = \frac{a + bx_i(t) + cx_i(t)^2}{1 + dx_i(t) + ex_i(t)^2}$$

$$y_i(t) = \eta_i y_i^*(t) + (1 - \eta_i) y_{i+1}(t)$$

$$\dot{n}_L(t) x_{i-1}(t) + \dot{n}_V(t) y_{i+1}(t) =$$

$$\dot{n}_L(t) x_i(t) + \dot{n}_V(t) y_i(t) + \frac{d(Z_i x_i(t))}{dt} \quad x_i(t_0)$$

$$j = k - 1, k - 2, \dots, 1$$

- kondenzátor (0):

- len materiálová bilancia prchavejšej (= nižšie vriacej zložky)

$$\dot{n}_V(t)y_1(t) = \dot{n}_L(t)x_0(t) + \dot{n}_D(t)x_0(t) + \frac{d(Z_0x_0(t))}{dt} \quad x_0(t_0) = x_D(t_0)$$

DMM etážovej rektifikačnej kolóny má tvar nelineárneho stavového opisu s nenulovými začiatočnými podmienkami, kde:

- stavové veličiny:  $x_n(t), \dots, x_0(t)$
- vstupné veličiny:  $\dot{n}_V(t), \dot{n}_L(t), \dot{n}_D(t), \dot{n}_W(t), \dot{n}_F(t), x_F(t)$
- výstupné veličiny napr.:  $x_{n+1}(t) = x_W(t), \quad x_0(t) = x_D(t)$

# Matematický model rovnovážneho stavu

- Materiálová bilancia zložky všeobecne:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{toky látkového} \\ \text{množstva zložky} \\ \text{do systému} \\ \text{vstupujúce} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{toky látkového} \\ \text{množstva zložky} \\ \text{zo systému} \\ \text{vystupujúce} \end{array} \right\}$$

- Rovnica rovnovážnej krivky:

$$y^* = \frac{a + bx^s + cx^{s^2}}{1 + dx^s + ex^{s^2}}$$

- Rovnica Murphreeho účinnosti pre  $i$ -tú etáž:

$$\eta_i = \frac{y_i^s - y_{i+1}^s}{y_i^* - y_{i+1}^s} \quad \Rightarrow \quad y_i^s = \eta_i y_i^* + (1 - \eta_i) y_{i+1}^s$$

- varák ( $n+1$ ):

- rovnica rovnovážnej krivky

$$y_{n+1}^* = \frac{a + bx_{n+1}^s + cx_{n+1}^{s^2}}{1 + dx_{n+1}^s + ex_{n+1}^{s^2}}$$

- rovnica účinnosti

$$y_{n+1}^s = \eta_{n+1} y_{n+1}^*$$

- materiálová bilancia prchavejšej (= nižšie vriacej zložky)

$$(\dot{n}_L^s + \dot{n}_F^s) x_n^s = \dot{n}_V^s y_{n+1}^s + \dot{n}_W^s x_{n+1}^s$$

- ochudobňovacia časť kolóny ( $n, n-1, \dots, j, \dots, k+1$ ):

$$y_j^* = \frac{a + bx_j^s + cx_j^{s^2}}{1 + dx_j^s + ex_j^s}$$

$$y_j^s = \eta_j y_j^* + (1 - \eta_j) y_{j+1}^s$$

$$(\dot{n}_L^s + \dot{n}_F^s) x_{j-1}^s + \dot{n}_V^s y_{j+1}^s = (\dot{n}_L^s + \dot{n}_F^s) x_j^s + \dot{n}_V^s y_j^s$$

$$j = n, n-1, \dots, k+1$$



- nástreková etáž ( $k$ ):

$$y_k^* = \frac{a + bx_k^s + cx_k^{s2}}{1 + dx_k^s + ex_k^{s2}}$$

$$y_k^s = \eta_k y_k^* + (1 - \eta_k) y_{k+1}^s$$

$$\dot{n}_F^s x_F^s + \dot{n}_L^s x_{k-1}^s + \dot{n}_V^s y_{k+1}^s = (\dot{n}_L^s + \dot{n}_F^s) x_k^s + \dot{n}_V^s y_k^s$$

- obohacovacia časť kolóny ( $k-1, k-2, \dots, i, \dots, 2, 1$ ):

$$y_i^* = \frac{a + bx_i^s + cx_i^{s^2}}{1 + dx_i^s + ex_i^{s^2}}$$

$$y_i^s = \eta_i y_i^* + (1 - \eta_i) y_{i+1}^s$$

$$j = k - 1, k - 2, \dots, 1$$

$$\dot{n}_L^s x_{i-1}^s + \dot{n}_V^s y_{i+1}^s = \dot{n}_L^s x_i^s + \dot{n}_V^s y_i^s$$

- kondenzátor (0):

- len materiálová bilancia prchavejšej (= nižšie vriacej ) zložky

$$\dot{n}_V^s y_1^s = \dot{n}_L^s x_0^s + \dot{n}_D^s x_0^s$$

- bilancia kolóny:  $\dot{n}_F^s = \dot{n}_W^s + \dot{n}_D^s$

- bilancia kondenzátora:  $\dot{n}_V^s = \dot{n}_L^s + \dot{n}_D^s$

- bilancia zložky pre kolónu:

$$\dot{n}_F^s x_F^s = \dot{n}_W^s x_W^s + \dot{n}_D^s x_D^s$$

- bilancia zložky pre kondenzátora:

$$\dot{n}_V^s y_1^s = \dot{n}_L^s x_D^s + \dot{n}_D^s x_D^s$$

# Riešenie rovnovážneho stavu pre danú kolónu

- treba poznať:  $\dot{n}_V^s, \dot{n}_L^s, \dot{n}_D^s, \dot{n}_W^s, \dot{n}_F^s, x_F^s$
- známe je:  $\dot{n}_F^s, x_F^s$
- nezávisle možno zadať:  $\dot{n}_V^s$  alebo  $\dot{n}_L^s$   
 $\dot{n}_D^s$  alebo  $\dot{n}_W^s$

- Postup pri iteračnom riešení:

1. odhad  $x_{n+1}^s$

2. výpočet zloženia destilátu postupným výpočtom:

z MMRS varáka:

$$y_{n+1}^* = \frac{a + bx_{n+1}^s + cx_{n+1}^{s^2}}{1 + dx_{n+1}^s + ex_{n+1}^{s^2}}$$

$$y_{n+1}^s = \eta_{n+1} y_{n+1}^*$$

$$x_n^s = \frac{\dot{n}_V^s}{\dot{n}_L^s + \dot{n}_F^s} y_{n+1}^s + \frac{\dot{n}_W^s}{\dot{n}_L^s + \dot{n}_F^s} x_{n+1}^s$$

z MMRS  $n$ -tej etáže:

$$y_n^* = \frac{a + bx_n^s + cx_n^{s^2}}{1 + dx_n^s + ex_n^{s^2}}$$

$$y_n^s = \eta_n y_n^* + (1 - \eta_n) y_{n+1}^s$$

$$x_{n-1}^s = x_n^s + \frac{\dot{n}_V^s}{(\dot{n}_L^s + \dot{n}_F^s)} (y_n^s - y_{n+1}^s)$$

⋮

smernica pracovnej priamky  
v ochudobňovacej časti  
kolóny:

$$\frac{\dot{n}_V^s}{(\dot{n}_L^s + \dot{n}_F^s)}$$

z MMRS nástrekovej etáže:

$$y_k^* = \frac{a + bx_k^s + cx_k^{s^2}}{1 + dx_k^s + ex_k^{s^2}}$$

$$y_k^s = \eta_k y_k^* + (1 - \eta_k) y_{k+1}^s$$

$$x_{k-1}^s = -\frac{\dot{n}_F^s}{\dot{n}_L^s} x_F^s + \frac{\dot{n}_L^s + \dot{n}_F^s}{\dot{n}_L^s} x_k^s + \frac{\dot{n}_V^s}{\dot{n}_L^s} (y_k^s - y_{k+1}^s)$$

⋮

z MMRS 1. etáže:

$$y_1^* = \frac{a + bx_1^s + cx_1^{s^2}}{1 + dx_1^s + ex_1^{s^2}}$$

$$y_1^s = \eta_1 y_1^* + (1 - \eta_1) y_2^s$$

$$x_0^s = x_1^s + \frac{\dot{n}_V^s}{\dot{n}_L^s} (y_1^s - y_2^s)$$

smernica pracovnej priamky  
v obohacovacej časti kolóny:

$$\frac{\dot{n}_V^s}{\dot{n}_L^s}$$



3. výpočet zloženia destilátu z bilancie zložky pre kolónu:

$$x_D^s = \frac{\dot{n}_F^s x_F^s - \dot{n}_W^s x_W^s}{\dot{n}_D^s}$$

4. test:

$|x_0^s - x_D^s| < \varepsilon \quad \xrightarrow{\text{nie}} \quad \text{nový odhad } x_{n+1}^s \text{ a návrat na 2. krok}$

↓ áno

koniec